

УДК 519.6

Н.І. Полтораченко

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

ЗАДАЧА РОЗМІЩЕННЯ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ІНФОРМАЦІЇ

Розглянуто задачу розташування джерел цільового продукту при проектуванні інженерної мережі з інтервальними та нечіткими числами, які виражають невизначеність вихідних даних. Запропоновано варіанти розв'язання задачі.

Ключові слова: інженерна мережа, математична модель, інтервальні числа, нечіткі числа

Рассмотрена задача размещения источников целевого продукта при проектировании инженерной сети с интервальными и нечеткими числами, которые выражают неопределенность исходных данных. Предложен алгоритм решения задачи.

Ключевые слова: инженерная сеть, математическая модель, интервальные числа, нечеткие числа

Article is devoted to the problem of placing of sources of target produce of engineering network with fuzzy numbers which show ambiguity of input data. Algorithms of the solution of the problem are suggested.

Keywords: engineering network, mathematical model, interval number, fuzzy numbers

Постановка проблеми

Системи комунального господарства (водо-, тепло-, газопостачання) характеризуються високою динамікою розвитку, що обумовлено як збільшенням об'ємів використання цільового продукту (вода, газ, теплоносій) у вже наявних системах (потреба реконструкції), так і подальшою газифікацією, теплофікацією і т.д. нових районів та населених пунктів [1-3]. Транспортування та розподіл цільового продукту (ЦП) інженерними мережами (ІМ) потребує великих фінансових та матеріальних витрат. Друга, що стала останнім часом особливо актуальною, задача полягає у забезпеченні повного та надійного постачання ЦП всіх споживачів або – в умовах дефіциту – надійного забезпечення пріоритетних споживачів шляхом оперативного перерозподілу потоків ЦП з тим, щоб використання наявної його кількості забезпечило максимальний у цій ситуації економічний та соціальний ефект. Складні динамічні процеси, що відбуваються в ІМ, потребують керування потоками ЦП в мережах з метою їх перерозподілу. Для цього система повинна мати властивість маневреності, яка закладається під час проектування на основі прогнозування експлуатаційних процесів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Для ІМ характерні основні ознаки складних систем: єдність мети і сприяння виробленню оптимальних розв'язків в умовах існуючої множини розв'язків; виконання великої кількості різних функцій, які здійснюються кількома частинами, що складають систему; складність функціонування; високий ступінь автоматизації; багаточисельність та різнотипність зовнішніх та внутрішніх збурень, які впливають, наприклад, з того, що в основу проекту закладаються дані, які відповідають стану системи через 10, 15 років, а іноді й більше, та інше.

Проектування нових та реконструкція старих ІМ є багатокритеріальною і багатовимірною задачею, яка потребує нових підходів до її розв'язання, необхідності одночасного урахування як детерміністських вихідних даних, так і тих, що можуть змінюватися з плином часу [4]. Застосування функціонально-динамічних схем для моделювання інженерної мережі розглянуто у статті [5].

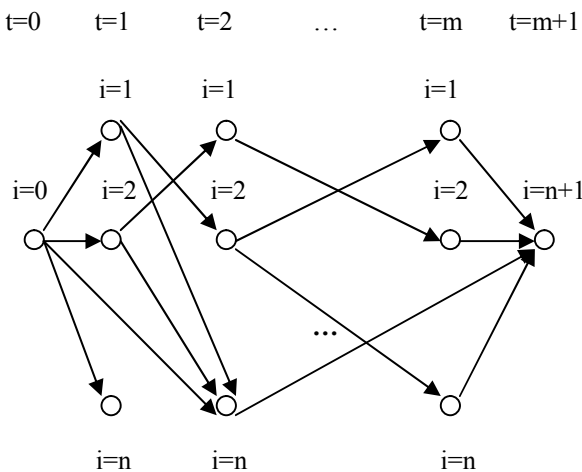
Формулювання мети статті

Метою статті є розробка способу розв'язання задачі розташування джерел ЦП, що є одним з етапів проектування ІМ, в умовах невизначеності вихідної інформації, яка виражається через інтервальні та нечіткі числа.

Виклад основного матеріалу

Маємо план розвитку території, тобто відомі моменти підключення нових споживачів ЦП та його затребувані об'єми. Необхідно визначитися з послідовністю введення та розташуванням джерел ЦП.

Розглянемо графічну модель задачі. Моменти підключення нових споживачів до ІМ визначають періоди розвитку ІМ ($t=1,2,\dots,m$). Нехай у ролі альтернативи розглядається спорудження одного або кількох джерел ЦП ($i=1,2,\dots,n$), кожна альтернатива ставиться у відповідність кожному періоду t , що на графі зображується вершиною i_t . Додатково вводяться ще дві вершини – виток ($i=0, t=0$) та стік ($t=m+1, i=n+1$). Дуги відображають допустимі послідовності введення джерел ЦП (наприклад, якщо на першому періоді вводиться об'єкт №1, а на другому - об'єкт №2, то дуга проводиться від альтернативи з об'єктом №1 першого періоду до альтернативи з об'єктами №1 та №2 другого періоду).



Для побудови математичної моделі задачі введемо такі позначки: $X_{i_t j_p}$ – бульова змінна, яка дорівнює 1, якщо відбувається перехід від альтернативи i на t -ому періоді до альтернативи j на p -ому періоді, та 0 у протилежному випадку; $Y_{i_t(n+1)(m+1)}$ – вартість виконання робіт для i_t альтернативи (приписується дузі, що входить у стік); $Q_{i_t j_p}$ – об'єм ЦП, який надходить в ІМ при

введенні джерела ЦП, що відповідає j_p альтернативі (ставиться у відповідність дузі $i_t j_p$); Q_p – об'єм ЦП, який треба забезпечити на p етапі. Тоді математична модель буде мати вигляд:

$$\sum_{t=1}^m \sum_{i=1}^n x_{i_t(n+1)(m+1)} y_{i_t(n+1)(m+1)} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{t=1}^{p-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{i_t j_p} Q_{i_t j_p} = Q_p, p = 1, 2, \dots, m,$$

$$\sum_{t=1}^{p-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{i_t j_p} \leq 1,$$

$$\sum_{t=0}^{p-1} \sum_{i=0}^{n-1} x_{i_t j_p} = \sum_{s=p+1}^m \sum_{k=1}^{n+1} x_{j_p k_s},$$

$$j = 1, 2, \dots, n, p = 1, 2, \dots, m.$$

Якщо вважати всі вихідні дані детермінованими величинами, то проблем з розв'язанням цієї задачі булевого програмування нема, оскільки її розмірність невелика.

І. Більш реалістичною виглядає ситуація, якщо розглядати вихідні дані, як інтервальні числа ($A = [\underline{A}, \bar{A}]$, \underline{A} – найменше значення числа A , \bar{A} – найбільше значення числа A). Тоді математична модель задачі булевого програмування з інтервальними вихідними даними буде мати вигляд:

$$\sum_{t=1}^m \sum_{i=1}^n x_{i_t(n+1)(m+1)} \left[\underline{y}_{i_t(n+1)(m+1)}; \bar{y}_{i_t(n+1)(m+1)} \right] \rightarrow \min,$$

$$\sum_{t=1}^{p-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{i_t j_p} \left[\underline{Q}_{i_t j_p}; \bar{Q}_{i_t j_p} \right] = \left[\underline{Q}_p; \bar{Q}_p \right],$$

$$p = 1, 2, \dots, m,$$

$$\sum_{t=1}^{p-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{i_t j_p} \leq 1,$$

$$\sum_{t=0}^{p-1} \sum_{i=0}^{n-1} x_{i_t j_p} = \sum_{s=p+1}^m \sum_{k=1}^{n+1} x_{j_p k_s},$$

$$j = 1, 2, \dots, n, p = 1, 2, \dots, m.$$

Враховуючи правила додавання інтервальних чисел, отримаємо

$$\left[\sum_{t=1}^m \sum_{i=1}^n x_{i_t(n+1)(m+1)} y_{i_t(n+1)(m+1)} ; \sum_{t=1}^m \sum_{i=1}^n x_{i_t(n+1)(m+1)} \overline{y_{i_t(n+1)(m+1)}} \right] \rightarrow \min$$

$$\left[\sum_{t=1}^{p-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{i_t j_p} \underline{Q}_{i_t j_p} ; \sum_{t=1}^{p-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{i_t j_p} \overline{Q}_{i_t j_p} \right]$$

$$= \left[\underline{Q}_p ; \overline{Q}_p \right], p = 1, 2, \dots, m,$$

$$\sum_{t=1}^{p-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{i_t j_p} \leq 1,$$

$$\sum_{t=0}^{p-1} \sum_{i=0}^{n-1} x_{i_t j_p} = \sum_{s=p+1}^m \sum_{k=1}^{n+1} x_{j_p k_s},$$

$$j = 1, 2, \dots, n, p = 1, 2, \dots, m.$$

Задача перетворюється у двокритеріальну задачу бульового програмування з більшою кількістю обмежень:

$$\sum_{t=1}^m \sum_{i=1}^n x_{i_t(n+1)(m+1)} y_{i_t(n+1)(m+1)} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{t=1}^m \sum_{i=1}^n x_{i_t(n+1)(m+1)} \overline{y_{i_t(n+1)(m+1)}} \rightarrow \max,$$

$$\sum_{t=1}^{p-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{i_t j_p} \underline{Q}_{i_t j_p} = \underline{Q}_p, p = 1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

$$\sum_{t=1}^{p-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{i_t j_p} \overline{Q}_{i_t j_p} = \overline{Q}_p, p = 1, 2, \dots, m, \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^{p-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{i_t j_p} \leq 1,$$

$$\sum_{t=0}^{p-1} \sum_{i=0}^{n-1} x_{i_t j_p} = \sum_{s=p+1}^m \sum_{k=1}^{n+1} x_{j_p k_s},$$

$$j = 1, 2, \dots, n, p = 1, 2, \dots, m.$$

Перший критерій мінімізує вартість виконання робіт, а другий – невизначеність вихідних даних.

Для раціонального розв'язку вистачить і першого критерію.

II. На практиці неможливо забезпечити стовідсоткове виконання обмежень (1) та (2). Тому пропонується кожній дузі графа поставити у відповідність різницю об'єму поставок ЦП при реалізації альтернативи (вершини), у яку входить дуга, та об'єму ЦП, який треба забезпечити на відповідному етапі спорудження ІМ за абсолютною величиною $\left| Q_{i_t j_p} - Q_p \right| (A - B = \left[\underline{A}; \overline{A} \right] - \left[\underline{B}; \overline{B} \right] = \left[\underline{A} - \overline{B}; \overline{A} - \underline{B} \right])$.

Тоді для кожної дуги будемо мати інтервальну характеристику $\alpha_{i_t j_p} = \left[\underline{\alpha}_{i_t j_p}; \overline{\alpha}_{i_t j_p} \right]$ забезпечення споживачів ЦП (за рахунок модуля враховується як нестача ЦП, так і його перебір). Оскільки $\alpha_{i_t j_p}$ треба мінімізувати, то у якості пропускної спроможності дуги є сенс взяти $\overline{\alpha}_{i_t j_p}$.

Дугам, що входять у стік, приписуємо $y_{i_t(n+1)(m+1)}$ у якості пропускної спроможності.

Тоді побудовану задачу можна розглядати як задачу динамічного програмування, до якої застосовується алгоритм пошуку шляху від виток до стоку з найменшою пропускною спроможністю.

III. Якщо експертні оцінки дозволяють вказати не тільки інтервали можливих значень вихідних даних, але й ступінь їх достовірності, то задачу розташування джерел ЦП можна розглянути з точки зору теорії нечітких множин. Застосуємо схему Беллмана-Заде [6]:

$$J = G_1 \cap \dots \cap G_K \cap C_1 \cap \dots \cap C_L,$$

де G_k – нечітка підмножина цілі $k(k = 1, 2, \dots, K)$;

C_l – нечітка підмножина обмеження $l(l = 1, 2, \dots, L)$.

Розглянемо задачу з точки зору динамічного програмування на базі побудованого графа. Кожній дузі приписується функція належності $\mu_{i_t j_p}(x)$, що характеризує рівень забезпечення споживачів ЦП. Виключення складають дуги, що ведуть до стоку. Функція $\mu_{i_t(n+1)(m+1)}(x)$ характеризує рівень досягнення цілі. Оскільки задача є багатокритеріальною, то є сенс ввести вагові коефіцієнти $\beta_k (k=1, 2, \dots, K)$:

$$G = \sum_{k=1}^K \beta_k G_k, \text{ де } \sum_{k=1}^K \beta_k = 1.$$

Значення $\mu_{i,j_p}(x)$ та $\mu_{i,(n+1)(m+1)}(x)$ отримаємо таким чином:

$$\mu_{i,j_p}(x) = \min \{ \mu_{i,j_p}(x), \mu_{C_i}(x) \},$$

$$\mu_{i,(n+1)(m+1)}(x) = \sum_{k=1}^K \beta_k \min \{ \mu_{G_k}(x) \}.$$

Значення області визначення x необхідно попередньо віднормувати заради можливості порівняння.

Функції $\mu_{i,j_p}(x)$ та $\mu_{i,(n+1)(m+1)}(x)$ разом з їх віднормованими областями визначення розглядаємо як нечіткі числа. Для їх порівняння застосуємо апарат [6].

Введемо $D_A(\alpha) = \{x | \mu_A(x) \geq \alpha\}$ – множину значень нечіткого числа A , функція належності яких більша за ступінь розділення α . Якщо $x_a > x_b, \forall x_a \in D_A(\alpha), x_b \in D_B(\alpha)$, то $A > B$ на рівні α . Аналогічно, якщо $D_A(\alpha) \subset D_B(\alpha)$, то $A = B$ на рівні α . Такий підхід дозволить із заданим рівнем надійності $\sigma=1-\alpha$ порівнювати нечіткі числа, тобто скористатися алгоритмом пошуку на графі шляху найбільшої пропускної спроможності із заданим рівнем надійності σ . Змінюючи рівень σ , можна прорахувати декілька варіантів розв'язку задачі.

Висновки

Побудовано математичні моделі задачі розташування джерел ЦП при проектуванні ІМ для різних варіантів представлення невизначеності вихідних даних та запропоновано способи її розв'язання.

Список літератури

1. Атаманчук В.В., Особливості розвитку систем теплопостачання й шляхи їх оптимізації // Містобудування та територіальне планування / В.В.Атаманчук: Наук.-техн.зб. – К.; КНУБА, 2009. – Вип.35. – С.25-33.
2. Храменков С.В. Стратегія модернізації водопроводної мережі / С.В. Храменков. – М.: Стройиздат, 2005.
3. Стратегія проведення моніторингу й реформування систем муніципального водопостачання // Водопостачання та водовідведення / Н.Г. Насонкіна, В.В. Дорофієнко, В.М. Маслюк, С.Є. Антоненко, В.М. Сахновська: Виробничо-практичний журнал. – К., 2009. - №2. – С.2-8.
4. Демченко В.В. Переваги онтологічного підходу до розподіленого моделювання інженерних та транспортних мереж // Містобудування та територіальне планування / В.В. Демченко: Наук.-техн.збірник. – К., КНУБА, 2008. – Вип.29. – С.79-83.
5. Застосування функціонально- динамічних схем для моделювання інженерної мережі водопостачання міста // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки / П.І. Анпілогов, В.М. Михайленко, А.П. Анпілогов, Ю.В. Кошарна: Наук.-техн.збірник. – К., КНУБА, 2007. – Вип.27. – С.8-13.
6. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій / Ю.П. Зайченко: Підручник. – К., 2000. – 688 с.

Стаття надійшла до редколегії 03.03.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.М. Михайленко, Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ.