

УДК 005.8

**Колеснікова Катерина Вікторівна**

Кандидат технічних наук, доцент кафедри інформаційних технологій проектування в машинобудуванні  
Одеський національний політехнічний університет, Одеса

**Палій Сергій Володимирович**

Кандидат технічних наук, доцент кафедри основ інформатики  
Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

**МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ЕРГОДИЧНОСТІ ОРІЄНТОВАНОГО ГРАФУ  
СИСТЕМИ ПРОЕКТНОГО УПРАВЛІННЯ**

***Анотація.** Розроблено метод визначення умов існування зворотних і неповоротних структур у фрагментах орієнтованого графу та підтвердження гіпотези ергодичності схеми взаємодії учасників проектної діяльності. Для визначення контурів в орієнтованому графі застосовано прийом заміни напрямів усіх дуг на зворотні шляхом транспонування матриці досяжності з подальшою суперпозицією.*

***Ключові слова:** орієнтований граф; ергодичність; марковський ланцюг; матриця суміжності; матриця суперпозиції*

***Аннотация.** Разработан метод определения условий существования обратных и невозвратных структур в фрагментах ориентированного графа и подтверждения гипотезы эргодичности схемы взаимодействия участников проектной деятельности. Для определения контуров в ориентированном графе применен прием замены направлений всех дуг на обратные путем транспонирования матрицы достижимости с последующей суперпозицией.*

***Ключевые слова:** ориентированный граф; эргодичность; марковская цепь; матрица смежности; матрица суперпозиции*

***Abstract.** Management integration and data communication in the design optimization of the organizational and functional structures of the project generate new requirements for components of the project and content management, time, labor and material resources under uncertainty. It is therefore necessary to consider the relationship between the status of projects and processes productive sectors to create sustainable scenario works project. Thus existing approaches to identify and study the tactics and strategies of implementation of projects aimed at obtaining specific results and value through research relationships and patterns at the level of organizational management, not technology product manufacturing project. This article continues the studies that examined the use of Markov chains to model management processes of design-driven or project-oriented organizational technical systems. The aim of the paper is to verify the hypothesis of ergodicity structure interaction participants. Ergodic graph describes a strongly connected graph. This means that in such a system is possible transition from any state of the system in any other state in a finite number of steps. As directed graph is the basis for the construction of a Markov chain, all the structural properties of the graph inherited Markov chain, which was established on the basis of its.*

***Key words:** oriented graph; ergodicity; Markovski tsep; contiguity matrix; the matrix superposition*

**Постановка проблеми**

Розвиток систем знань та технологій управління проектами відображає результативність методів використання проектного підходу, який дозволяє найбільш ефективно вирішити завдання створення цінностей та досягнення поставлених цілей в умовах обмеженості часових, фінансових, матеріальних,

людських та інших видів ресурсів [1–3]. Тому актуальними є дослідження щодо пошуку шляхів подальшого розвитку теоретичних основ проектного управління на основі розробки моделей і методів аналізу структурних властивостей систем проектного управління, що відображають суттєві ознаки досліджуваних систем – проектів / програм / портфелів проектів [4 - 8].

Дослідження «явищ і сутності, зв'язків і закономірностей у процесах управління проектами / програмами / портфелями в життєвих циклах проектів, як керованих соціальних чи організаційно-технічних систем, з ознаками унікальності, обмеженнями у часі і ресурсами, а також вимогами до якості продуктів або послуг, становить змістовний аспект теоретичних пошуків в області проектного управління» [9]. При цьому наявні підходи щодо визначення та обґрунтування тактики і стратегій виконання проектів націлені на отримання певних результатів і цінності завдяки дослідженням зв'язків і закономірностей на рівні організаційного управління, а не технологій виготовлення продукту проекту [3].

Управління інтеграцією та інформаційними зв'язками у проекті, оптимізація організаційних і функціональних структур проекту породжують нові вимоги до складових частин проекту та управління змістом, часом, трудовими і матеріальними ресурсами в умовах невизначеності [10]. Тому необхідно розглядати взаємозв'язки між станами проекту і процесами виробничої сфери для формування раціонального сценарію виконання робіт проекту [11].

### Мета статті

Стаття продовжує дослідження, які наведені у роботах [8 – 11]. У роботах розглянуто використання марковських ланцюгів для моделювання процесів управління проектно-керованими або проектно-орієнтованими організаційно-технічними системами. Метою цієї статті є підтвердження гіпотези про ергодичність структури взаємодії учасників проекту.

### Виклад основного матеріалу

Під ергодичним розуміється граф, що цілком складається з одного ергодичного класу [12]. Ергодичні графи описуються сильно зв'язаним графом. Це означає, що в такій системі можливий перехід з будь-якого стану  $S_i$  в будь-який стан  $S_j$  за кінцеве число кроків. Оскільки орієнтований граф є основою для побудови ланцюга Маркова, то всі структурні властивості графу наслідуються ланцюгом Маркова, який був створений на його основі. Для ергодичного ланцюга Маркова при чималому часі функціонування настає стаціонарний режим, за якого ймовірності станів системи  $S\{s_1, s_2, \dots, s_m\}$  не залежать від часу та від розподілу ймовірностей в початковий момент часу.

Для визначення умов існування зворотних і неповоротних структур у фрагментах орієнтованого графу, а також ознак ергодичності і поглинання, скористаємося теоретичними положеннями аналізу структур складних систем, а саме методом

аналітичного визначення циклів в складних схемах управління, який базується на специфічних властивостях матриць суміжності [11]. Для графів з малим числом станів ці характеристики можна визначити шляхом візуального аналізу орієнтованого графу. Однак, у разі більшої розмірності необхідні методи автоматизації, що включають метод аналізу і підсистему прийняття рішень.

Визначимо чи є схема взаємодії учасників проекту ергодичною в сенсі ергодичної підмножини орієнтованого графу [12]. При цьому зазначимо, що визначені властивості графу будуть тотожними для ланцюга Маркова, який може бути побудований на основі орієнтованого графу [12].

Схема взаємодії учасників проекту наведена на рис. 1, де  $A, B, \dots, G$  - ідентифікатори станів [13]. Позначимо через  $S_i \{i = 1, 2, \dots, 7\}$  можливі стани системи, що існують в проекті:  $S_1 = A$ ;  $S_2 = B$ ;  $S_3 = C$ ;  $S_4 = D$ ;  $S_5 = E$ ;  $S_6 = F$ ;  $S_7 = G$ . З урахуванням введених позначень побудуємо орієнтований граф, що відображає зв'язки між станами системи (рис. 2).

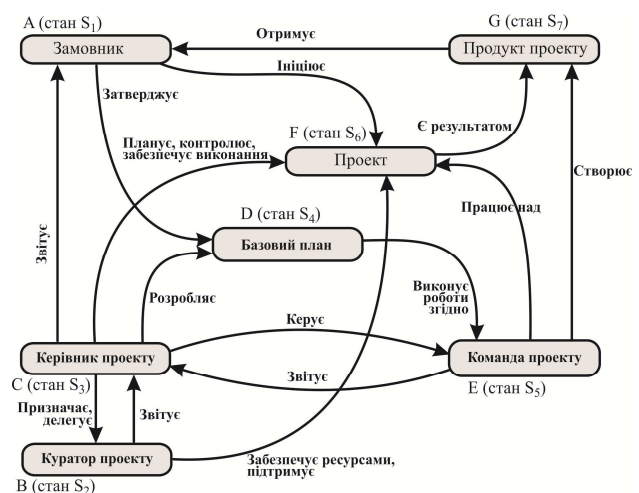


Рис. 1. Схема взаємодії основних сутностей проекту

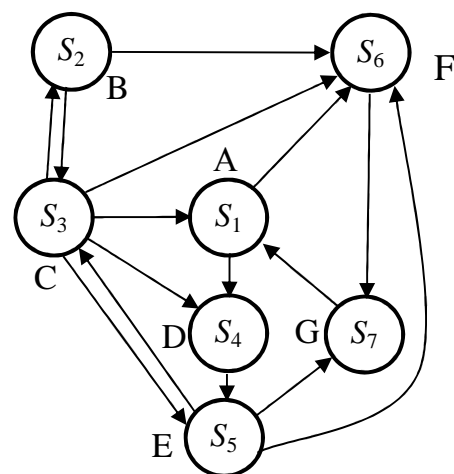


Рис. 2. Схема взаємодії учасників проекту у вигляді орієнтованого графу

Представимо топологію системи взаємодії учасників проекту (рис. 2) за допомогою матриці суміжності. Такий підхід є придатним для відображення різноманітних топологічних структур у проектно-векторному просторі [13].

Кожний елемент матриці суміжності  $[c_{ij}] = 1$  означає наявність прямого зв'язку між станами  $i \rightarrow j$ , в іншому випадку, при  $[c_{ij}] = 0$ , такий перехід відсутній.

$$\|c_{i,j}\| = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & c_{ad} & 0 & c_{af} & 0 \\ 0 & 0 & c_{bc} & 0 & 0 & c_{bf} & 0 \\ c_{ca} & c_{cb} & 0 & c_{cd} & c_{ce} & c_{cf} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{de} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{ec} & 0 & 0 & c_{ef} & c_{eg} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{fg} \\ c_{ga} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Нижче наведено результати, в яких стовпці і рядки відповідають літерним позначенням, які збігаються з ідентифікаторами станів схеми взаємодії учасників проекту (рис. 1). Такий підхід використано для того, щоб підкреслити таку властивість – номери рядків і стовпців не впливають на логіку проекту, і можуть вибиратися довільним чином. Тобто, це не порядкові номери станів, а їх ідентифікатори.

Початкова матриця суміжності – першого степеня (1) – містить інформацію про переходи між станами першого порядку - за один крок.

Другий степінь матриці суміжності (тут і далі не виконуємо операцію переводу даних у двійкові булеві числа):

	a	b	c	d	e	f	g
a	0	0	0	0	1	0	1
b	1	1	0	1	1	1	1
c	0	0	1	1	1	1	1
d	0	0	1	0	0	1	1
e	1	1	0	1	1	1	1
f	1	0	0	0	0	0	0
g	0	0	0	1	0	1	0

Третій степінь матриці суміжності:

	a	b	c	d	e	f	g
a	1	0	1	0	0	1	1
b	1	0	1	1	1	1	1
c	1	1	1	1	1	1	1
d	1	1	0	1	1	1	1
e	1	0	1	1	1	1	1
f	0	0	0	1	0	1	0
g	0	0	0	0	1	0	1

На основі результатів роботи [11], де було доведено, що степені  $n$  матриці суміжності відображають зв'язки між вершинами орієнтованого графу у напрямку дуг графу за допомогою  $n$  дуг, виконаємо аналіз отриманих результатів. Так, для  $n=3$ , наявність одиниць в матриці означає, що існує шлях довжиною у три дуги, який сполучає певні вершини графу. Наприклад, розглянемо рядок  $c$ , всі елементи якого є одиницями, що означає наявність зв'язків вершини  $C$  (рис. 2) з всіма іншими вершинами графу щонайменше чере три дуги. При цьому зазначимо, що значення одиниця для елемента головної діагоналі матриці означає наявність контуру, коли шлях через певне число дуг замикається на цій вершині.

У силу цих властивостей степенів матриці суміжності кожний наступний  $n+1$  степінь додає додаткові ненульові елементи у матрицю, як це показано далі для п'ятого і сьомого степенів.

П'ятий степінь матриці суміжності:

	a	b	c	d	e	f	g
a	1	0	1	1	1	1	1
b	1	1	1	1	1	1	1
c	1	1	1	1	1	1	1
d	1	1	1	1	1	1	1
e	1	1	1	1	1	1	1
f	1	0	1	0	0	1	1
g	1	1	0	1	1	1	1

Сьомий степінь матриці суміжності:

	a	b	c	d	e	f	g
a	1	1	1	1	1	1	1
b	1	1	1	1	1	1	1
c	1	1	1	1	1	1	1
d	1	1	1	1	1	1	1
e	1	1	1	1	1	1	1
f	1	0	1	1	1	1	1
g	1	1	1	1	1	1	1

Сьомий степінь матриці суміжності відображає наявність у графі двох комплексів, які перетинаються один з одним.

Наступний етап аналізу графу пов'язаний з визначенням матриць досяжності  $R^n$  і суперпозиції.

Обчислимо матриці досяжності  $\mathbf{R}^n$ , які є булевою сумою матриць суміжності степенів від 0 до  $m$ . При цьому скористаємось двійковою системою для відображення булевих сум. Якщо всі елементи дорівнюють 0, то і сума цих елементів дорівнює 0. В іншому випадку сума дорівнює 1. Щоб виділити всі підсистеми, що існують в графі і охоплені зворотними зв'язками, використовуємо прийом заміни напрямів усіх дуг орієнтованого графу на зворотні шляхом транспонування матриці досяжності  $\mathbf{R}^n \rightarrow (\mathbf{R}^n)^T$  з подальшою суперпозицією  $\mathbf{W}^n = \mathbf{R}^n \cap (\mathbf{R}^n)^T$ .

Елементи матриці суперпозиції  $\mathbf{W}^n = \mathbf{R} \cap (\mathbf{R}^n)^T$  формуються з використанням операцій диз'юнкції ( $\vee$  - логічне «АБО») або кон'юнкції ( $\wedge$  - логічне «І») наступним чином:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } (r_{ij} = 1) \wedge (r_{ij}^T = 1) \\ 0, & \text{якщо } (r_{ij} = 0) \vee (r_{ij}^T = 0) \end{cases}$$

Ненульові елементи головної діагоналі матриці  $\mathbf{W}^n$  вказують на рядок, що містить всі вершини замкнутого контуру. Виділені контури, в яких всі елементи мають зв'язок з усіма іншими елементами, складають основу ергодичної підмножини орієнтованого графу (або ланцюга Маркова). Всередині такої множини можливі будь-які переходи, але виключені переходи на зовні. При цьому інформативним є не тільки кінцевий результат матриці суперпозиції  $\mathbf{W}^n$ , а й результати, які показують формування замкнених контурів.

Так, у матриці суперпозиції  $\mathbf{W}^3 = \mathbf{R}^3 \cap (\mathbf{R}^3)^T$  визначені два замкнених контури:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>
<i>a</i>	1	0	1	1	1	1	1
<i>b</i>	0	1	1	1	1	0	0
<i>c</i>	1	1	1	1	1	0	0
<i>d</i>	1	1	1	1	1	1	1
<i>e</i>	1	1	1	1	1	0	1
<i>f</i>	1	0	0	1	0	1	1
<i>g</i>	1	0	0	1	1	1	1

Один з них включає в себе стани *b*, *c*, *d* та *e*. Квадратна підматриця  $\mathbf{W}^3$ , заповнена одиницями, в другому контурі може бути отримана шляхом перестановки місцями стовпців і рядків станів *a* та *e*

(або у разі вставки стану *a* у порядку розміщення в матриці суміжності після елемента *e*). У цьому випадку другий контур буде включати елементи *a*, *f* та *g*. Наявність на головній діагоналі всіх одиниць у квадратній підматриці  $\mathbf{W}^3$ , що складається з елементів першого і другого контурів, як вказувалося раніше, відображає істотну властивість структури системи – всі елементи в замкнених контурах пов'язані між собою, як в прямому, так і в зворотному напрямку.

Матриця суперпозиції  $\mathbf{W}^6 = \mathbf{R}^6 \cap (\mathbf{R}^6)^T$  вже відображає один комплекс, що має властивості замкненого контура, який включає в себе всі вершини орієнтованого графу. У цьому контурі можливі будь-які переходи між усіма елементами системи. При цьому слід підкреслити, що виходячи з умов дослідження входи в систему відсутні. Крім того відсутня можливість виходу із системи. Подібні властивості притаманні ергодичним системам:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>
<i>a</i>	1	1	1	1	1	1	1
<i>b</i>	1	1	1	1	1	1	1
<i>c</i>	1	1	1	1	1	1	1
<i>d</i>	1	1	1	1	1	1	1
<i>e</i>	1	1	1	1	1	1	1
<i>f</i>	1	1	1	1	1	1	1
<i>g</i>	1	1	1	1	1	1	1

Таким чином, можна вважати підтвердженою гіпотезу щодо ергодичності топологічної структури взаємодії учасників проекту (рис. 1). Оскільки процес, як видно з  $\mathbf{W}^6 = \mathbf{R}^6 \cap (\mathbf{R}^6)^T$  не закінчується, то система не включає до себе фрагментів, які являють собою поглинаючу підмножину (у разі побудови ланцюга Маркова на основі орієнтованого графу).

## Висновки

Розроблено метод визначення умов існування зворотних і неповоротних структур у фрагментах орієнтованого графу та підтвердження ергодичності схеми взаємодії учасників проектною діяльністю. Показано, що кінцева матриця суперпозиції  $\mathbf{W}^6$  відображає один замкнений контур, який включає в себе всі стани системи. Підтверджена гіпотеза про ергодичність структури взаємодії учасників проекту.

## Список літератури

1. Бушуев, С.Д. *National Competence Baseline, NCB UA Version 3.1* / С.Д. Бушуев, Н.С. Бушуева. – К. : ІПІДУМ, 2010. – 208 с.
2. Колеснікова, К.В. *Аналіз структурної моделі компетенцій з управління проектами національного стандарту України* / К.В. Колеснікова, Д.В. Лук'янов // *Управління розвитком складних систем*. - 2013. - №13. - С. 19 – 27.
3. Бушуев, С.Д. *Напрями дисертаційних наукових досліджень зі спеціальності «Управління проектами та програмами»* / С.Д. Бушуев, В.Д. Гогунський, К. В. Кошкін // *Управління розвитком складних систем*. – 2012. - № 12. – С. 5 – 7.
4. Гогунський, В.Д. *Обоснование закона о конкурентных свойствах проектов* / В.Д. Гогунський, С.В. Руденко, П.А. Тесленко // *Управління розвитком складних систем*. – 2011. – № 8. – С. 14 – 16.

5. Белоцицкий, А. А. Управление проблемами в методологии проектно-векторного управления образовательными средами / А. А. Белоцицкий // Управління розвитком складних систем. – 2012. - № 9. – С. 104 – 107.
6. Оборський, Г.О. Стандартизація і сертифікація процесів управління якістю освіти у вищому навчальному закладі / Г.О. Оборський, В.Д. Гогунський, О.С. Савельєва // Тр. Одес. політехн. ун-та. –2011. – № 1(35). – С. 251 – 255.
7. Бурков, В. Н., Белоцицкий, А. А., Гогунский, В. Д. Параметры цитируемости научных публикаций в наукометрических базах данных / В. Н. Бурков, А. А. Белоцицкий, В. Д. Гогунский // Управління розвитком складних систем. – 2013. - № 15. – С. 134 – 139.
8. Колеснікова, К.В. Розвиток теорії проектного управління: обґрунтування закону ініціації проектів / К.В. Колеснікова // Управління розвитком складних систем. – 2014. - № 17.- С. 24 – 31.
9. Колесникова, Е.В. Моделирование слабо структурированных систем проектного управления / Е.В. Колесникова // Тр.Одес. політехн. ун-та. – 2013. - № 3 (42). – С. 127 – 131.
10. Колесникова, Е.В. Трансформация когнитивных карт в модели марковских процессов для проектов создания программного обеспечения / Е.В. Колесникова, А.А. Негри // Управління розвитком складних систем. - 2013. – №15. – С. 30 – 35.
11. Vaysman, V. A. The planar graphs closed cycles determination method / V. A. Vaysman, D. V. Lukianov, K. V. Kolesnikova // Тр. Одес. політехн. ун-та. —2012. — № 1(38). — С. 222 – 227.
12. Кемени, Дж. Конечные цепи Маркова / Дж. Кемени, Дж. Снелл. – М. : Наука, 1970. - 129 с.
13. ГОСТ Р 54869 — 2011 Проектный менеджмент. Требования к управлению проектом – М. : Стандартинформ, 2011. – 12 с.
14. Колеснікова, К.В. Розвиток теорії проектного управління: обґрунтування закону К.В. Кошкіна щодо завершення проектів / К.В. Колеснікова // Управління розвитком складних систем. - 2013. - № 16. – С. 38 – 45.
15. Белоцицкий, А. А. Векторный метод целеполагания проектов в проектно-векторном пространстве / А. А. Белоцицкий // Управління розвитком складних систем. – 2012. - № 11. – С. 110 – 114.
16. Лизунов, П. П. Проектно-векторное управление высшими учебными заведениями / П. П. Лизунов, А. А. Белоцицкий, С. В. Белоцицкая // Управління розвитком складних систем. – 2011. - № 6. – С. 135 – 139.

## References

1. Bushuyev, S. D., Bushuyeva, N. S. (2010). *National Competence Baseline, NCB UA Version 3.1*. K. : IRIDIUM, 208.
2. Kolesnikova, K. V., Lukianov, D. V. (2013). *Analysis of structural model of competencies Project Management national standard of Ukraine. Management of development of difficult systems*. № 13, 19 - 27.
3. Bushuev, S. D., Gogunsky, V. D., Koshkin, K. V. (2012). *Areas of dissertation research in the specialty "Program and Project Management" Management of development of difficult systems*. № 12, 6 - 9.
4. Gogunsky, V. D., Rudenko, S. V., Teslenko, P. A. (2012). *Justification law on competitive properties of projects. Management of development of difficult systems*. Kyiv, Ukraine, KNUCA: 8, 14 - 16.
5. Biloshchytskyi, A. A. (2012). *Management problems in the methodology of design vector control of the educational environment. Management of development of difficult systems*. № 9, 104 - 107.
6. Oborsky, G. A., Gogunsky, V. D., Saveleva O. S. (2011). *Standardization and certification processes of the quality management education in higher education. Proceedings of Odes. Polytechnic. Univ*, 1 (35), 251 – 255.
7. Burkov, V. N., Biloshchytskyi, A. A., Gogunsky, V. D. (2013). *Options citation of scientific publications in scientometric databases. Management of development of difficult systems*. Kyiv, Ukraine: KNUCA, 15, 134 - 139.
8. Kolesnikova, K. V. (2014). *The development of theory of project management: rationale law initiation of projects// Management of development of difficult systems*. Kyiv, Ukraine: KNUCA, 17, 24 – 31.
9. Kolesnikova, K. V. (2013). *Modeling weakly structured project management systems. Proceedings of Odes. Polytechnic. Univ*, 3 (42), 127 – 131.
10. Kolesnikova, K. V., Negri, A. A. (2013). *Transformation of cognitive maps in the model of Markov processes for projects creating software. Management of development of difficult systems*. Kyiv, Ukraine: KNUCA, 15, 30 – 35.
11. Vaysman, V. A. Lukianov, D. V. Kolesnikova, K. V. (2012). *The planar graphs closed cycles determination method. Proceedings of Odes. Polytechnic. Univ*, 1(38), 222 – 227.
12. Kemeny, J., Snell, J. (1970). *Finite Markov Chain*. – М. : Наука, 129.
13. ГОСТ R 54869 – 2011 (2011). *Project management. Requirements for Project Management*. – М. : Standardinform, 12.
14. Kolesnikova, K. V. (2013). *The development of the theory of project management: Explanation law K.V Koshkin to complete projects. Management of development of difficult systems*. Kyiv, Ukraine, KNUCA: 16, 38 - 45.
15. Biloshchytskyi, A. A. (2012). *Vector method of goal-setting projects in design-vector space. Management of development of difficult systems*. Kyiv, Ukraine, KNUCA: 11, 110 – 114.
16. Lizunov, P. P., Biloshchytskyi, A. A., Beloschitskaya, S. V. (2011). *Design vector control higher education institutions / Management of development of difficult systems*. Kyiv, Ukraine: KNUCA: 6, 135 - 139.

Стаття надійшла до редколегії 29.10.2014

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.Д. Гогунський, Одеський національний політехнічний університет, Одеса.