

УДК 515.2

Ковальов Сергій Миколайович

Доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки
Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

Ботвіновська Світлана Іванівна

Кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки
Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

Золотова Алла Василівна

Кандидат технічних наук, доцент кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки
Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕРХОНЬ ІЗ ЗАДАНИМИ ВЛАСТИВОСТЯМИ У ДИЗАЙНІ ТА АРХІТЕКТУРІ

Анотація. В роботі розглядається спосіб формування дискретних каркасів поверхонь за заданими вимогами у процесах дизайн-проектуювання та проектування криволінійних конструкцій в архітектурі. Наведено приклади формування дискретного каркасу поверхні за заданими параметрами, яка зберігає композиційні властивості заданої поверхні-прообразу.

Ключові слова: геометричне моделювання; архітектурне формоутворення; дискретний каркас; властивості поверхонь; статико-геометричний метод

Постановка проблеми

У процесах дизайн-проектуювання та проектування криволінійних конструкцій в архітектурі виникає задача перенесення характерних рис (округлість форми, зони сплюснення, композиційне поєднання зон додатної гаусової кривини із зонами від'ємної гаусової кривини, схожість форми ліній контуру і т. ін.) відомої поверхні прообразу на поверхню, що формується.

Методи дискретного геометричного моделювання активно використовують для проектування архітектурних об'єктів у випадках, коли за природою утворення поверхні неможливо отримати її аналітичного рівняння, оскільки вони дозволяють утворювати форму у вигляді сітки з довільним кроком.

Мета статті

Метою статті є аналіз властивостей, притаманних різним простим поверхням та формування каркасів поверхонь із заданими властивостями на довільно-заданих опорних контурах.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Різноманітні архітектурно-просторові форми різних об'єктів, будинків, споруд, форми дизайн-об'єктів мають ряд важливих характеристик для їх зорового сприйняття та майбутньої візуалізації (включаючи комп'ютерну).

Основою дизайн-проектуювання є вибір геометричної форми об'єкта, яка повинна відповідати не тільки утилітарним, а й естетичним вимогам. В роботі [1] проаналізовано феномен запозичення природних принципів структурного формоутворення для архітектурного проектування. Проілюстровано нові архітектурні форми, запозичені зі світу живої природи. Доведено, що рівень розвитку сучасних будівельних технологій та можливості найсучасніших будівельних матеріалів здатні забезпечити втілення найскладніших архітектурних проектів у життя.

Широкого використання в сучасній архітектурі та будівництві набули мінімальні поверхні (аналогі мильних плівок), які сприяють привабливому архітектурно-виразному зовнішньому вигляду об'єкта, оскільки створені самою природою [2]. Крім того, оптимальність таких поверхонь пов'язана з мінімізацією витратних матеріалів та зменшенням теплообміну із навколишнім середовищем.

Одним із найцікавіших аспектів архітектури будівель та споруд є енергоефективність проектних рішень. Форма архітектурних об'єктів дозволяє максимально нейтралізувати негативний вплив зовнішнього середовища на будівлю. Наукові підходи проектування енергоефективних споруд наведено у роботах [3; 4; 5].

Прикладом поєднання складної геометрії форми з майбутньою енергоефективністю будівлі, використанням властивостей сферичної поверхні являє собою будівля Муніципалітету у Лондоні («London City Hall») (рис. 1, а, б), введена

в експлуатацію у 2003 році. Архітектор споруди сер Норман Фостер, проєкт архітектурного бюро «Форстер и Ко», очолюване Кеном Шаттлвортом (Ken Shuttleworth).

Складна форма будівлі представляє модифіковану сферу, та нагадує нарізане яйце. В цьому проєкті використано одну із основних властивостей сфери: *сфера має найменшу форму поверхні по відношенню до її об'єму*. Форма наближена до оптимальної, оскільки дозволяє зменшити направлений вплив навколишнього клімату на оболонку будівлі, зменшити витрати на охолодження будівлі. Мінімізація площі огорожуючих конструкцій дозволяє зменшити теплонадходження сонячної радіації у літній період. Така форма була обрана з міркувань мінімізації тепловтрат через оболонку у зимовий період. Для визначення форми, орієнтації та розмірів будівлі використовувались методи геометричного моделювання.

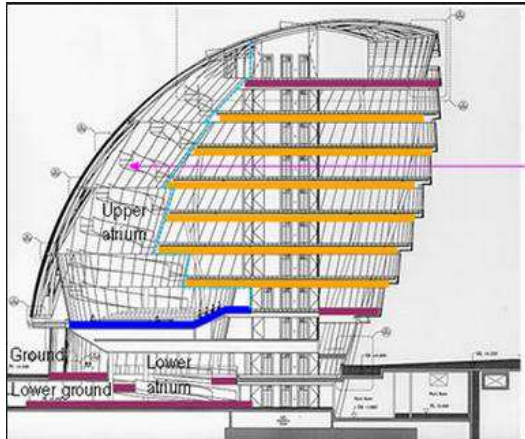


Рисунок 1 – Будівля «City Hall» у Лондоні:
а – зовнішній вигляд «City Hall»;

б – фрагмент креслень фасаду. Джерело:

<http://www.studing.od.ua/siti-xoll-zdanie-municipalitetabolshogo-londona-v-sautuorke/>

Ще одним прикладом використання геометричних властивостей форми в архітектурі є хмарочос Aspire Tower (318 м (1,050 футів)), що підноситься у країні Катар, місці Доха (рис. 2). Ця будівля була введена в експлуатацію у травні

2007 року. Інвестиційна компанія Sport City Project, дизайнер та проєктувальник Hadi Sumah Architects.



Рисунок 2 – Башня Doha Sports City Tower (Aspire Tower) в Катарі. Джерело:

<http://archi.ru/architects/worldstudios/563/arep>

Aspire Tower являє собою гіперболоїдну конструкцію зі сталі, форма якої нагадує факел. Така конструкція, не дивлячись на її кривину, складається із прямолінійних балок, а сама гіперболоїдна конструкція – має мінімальну матеріаломісткість і дуже велику жорсткість, яка навіть при з'єднанні балок шарнірно, під впливом зовнішніх вітрових навантажень зберігає совою форму.

В роботі [6] змодельовані поверхні параболічного типу, дискретні аналоги яких є зрівноваженими сітками і які за геометричними властивостями можуть бути використаними для ескізного проєктування криволінійних покриттів в архітектурі. Дискретні каркаси таких поверхонь відповідають вимогам статичної рівноваги системи під дією закономірно розподіленого зовнішнього навантаження між вузлами сітки. В роботі [6] використано оригінальний спосіб утворення поверхні n -го порядку, яка проходить через плоский опуклий n -кутник у площині $Z=0$.

Виклад основного матеріалу дослідження

Серед основних властивостей прототипів геометричних моделей об'єктів, які будемо переносити в процесі моделювання на поверхню, можна виділити такі:

1. Статичні властивості:

– статична рівновага дискретного каркасу під впливом власної ваги [6];

– статична рівновага дискретного каркасу під впливом фізичних факторів (збиткового внутрішнього тиску, атмосферного тиску, вітру, клімату, опадів у вигляді снігу та дощу).

2. Композиційні властивості:

– округлість форм, мінімальна площа по відношенню до об'єму;

– хвилястість поверхонь, поєднання властивостей різних кривих при утворенні поверхонь.

3. Макрогеометричні властивості:

– можливість врахування різноманітних геометричних вимог;

– якщо використовується параболічна інтерполяція, виникає питання залежності кривини параболі від кута нахилу дотичної.

4. Диференційно-геометричні властивості:

– монотонність зміни кривини поверхні, а також обмеження діапазону зміни кривини.

5. Топологічні особливості сіток:

– індекси розгалуження вузлів;
– зв'язність сіток (кількість компонент межі поверхні);

– число вершин клітини сітки.

6. Метричні характеристики елементів сіток:

– ортогональність суміжних ребер;
– рівність довжини в'язей (дискретна аналогія сіток Чебишева);

– рівновеликість клітинок.

Розглянемо приклад побудови поверхні з накладеними на неї властивостями заданої поверхні обертання.

Приклад 1. На правильній трикутній сітці у плані з одиничним кроком задано опорний контур з двох компонент у вигляді просторових 12-кутників (рис. 3, а, б).

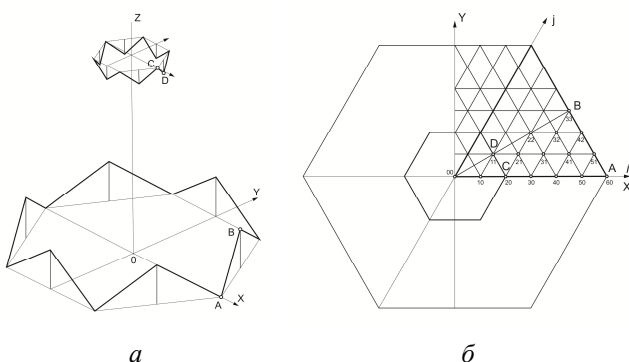


Рисунок 3 – Побудова поверхні з накладеними властивостями заданої поверхні обертання:
а – опорний контур поверхні з двох компонент;
б – топологічна схема сітки у плані

Кожний з них має чотири вертикальні площини дзеркальної симетрії:

$$X=0; Y=0; y = \frac{x}{\sqrt{3}}; y = x\sqrt{3}. \quad (1)$$

Задано аплікати вузлів $A (z_A=0)$ та $B (z_B=2)$ нижньої компоненти опорного контуру, а також вузлів $C (z_C=6)$ та $D (z_D=5,3333)$ верхньої компоненти. Необхідно визначити координати вузлів дискретного каркасу поверхні із заданим опорним контуром, що зберігає особливості (властивості) форми поверхні 4-го порядку

$$z = \frac{m}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (2)$$

утвореної обертанням гіперболи

$$z = \frac{m}{x}, \quad (3)$$

де $m = \frac{a^2}{2}$, (a – довжина півосі гіперболи), навколо вертикальної осі (рис. 4).

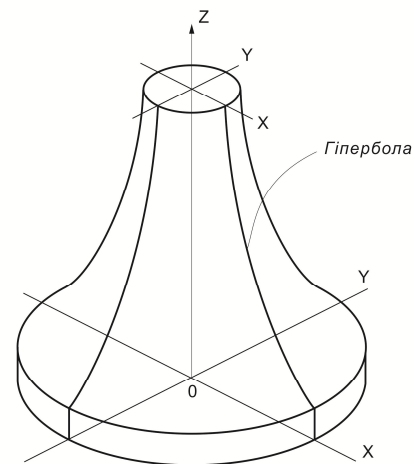


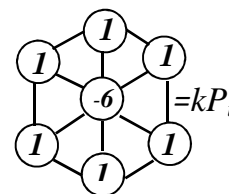
Рисунок 4 – Поверхня обертання 4-го порядку

У результаті чого утворюється поверхня обертання (2). У дискретному вигляді рівняння поверхні (2) набуде вигляду

$$z_{i,j} = \frac{m}{h\sqrt{i^2 + j^2}}, \quad (4)$$

де h – крок дискретизації сітки вздовж осі OX ; i, j – номери вузлів сітки у заданій системі відліку, показаній на рис. 3, б.

Згідно зі стагіко-геометричним методом розрахункова зірка поверхні на заданій сітці у плані має вигляд



$$\begin{aligned} x_{i-1,j} + x_{i-1,j+1} + x_{i,j-1} - 6x_{i,j} + x_{i,j+1} + \\ + x_{i+1,j-1} + x_{i+1,j} + kP_{i,j} = 0; \\ y_{i-1,j} + y_{i-1,j+1} + y_{i,j-1} - 6y_{i,j} + y_{i,j+1} + \\ + y_{i+1,j-1} + y_{i+1,j} + kP_{i,j} = 0; \\ z_{i-1,j} + z_{i-1,j+1} + z_{i,j-1} - 6z_{i,j} + z_{i,j+1} + \\ + z_{i+1,j-1} + z_{i+1,j} + kP_{i,j} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

При підстановці абсцис і ординат вузлів розрахункової зірки в перші два рівняння системи (5) отримаємо $kP_{i,j,x} = 0$ та $kP_{i,j,y} = 0$, тобто зовнішні зусилля на вузли сітки – вертикальні.

Для визначення величини $kP_{i,j,z}$ необхідно підібрати параметр m поверхні (2) максимально наближений до вузлів заданих вихідних даних. Цю задачу можна розв'язати методом найменших квадратів. Для цього поворотом навколо осі OZ суміщуємо задані вузли в площинах $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$ та $y = 0$ (рис. 5).

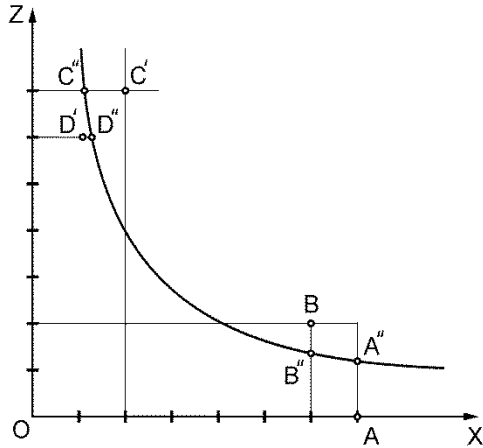


Рисунок 5

Тоді, вихідні вузли у суміщених площинах матимуть координати

$$\begin{aligned} X_A=6; X'_B=5,1962; X_C=2; X'_D=1,7321; \\ Z_A=0; Z'_B=2; Z_C=6; Z'_D=5,3333 \end{aligned} \quad (6)$$

Абсциси точок C'' та D'' , а також аплікати точок A'' та B'' визначаються після підстановки (6) до (3):

$$x''_C = \frac{m}{6}; x''_D = \frac{m}{5,333}; z''_A = \frac{m}{6}; z''_B = \frac{m}{4,5}. \quad (7)$$

Мінімізація суми квадратів відстаней між точками C'' та C' , та D'' та D' , вздовж осі OX та відстаней між точками A та A'' , B та B'' вздовж осі OZ :

$$\begin{aligned} (x''_C - x'_C)^2 + (x''_D - x'_D)^2 + (z''_B - z_B)^2 \\ + (z''_A - z_A)^2 \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (8)$$

Отримуємо параметр $m=6,9865$ шуканої гіперболи. Тоді рівняння (4) для сітки з одиничним кроком буде таке

$$z_{i,j} = \frac{6,9865}{\sqrt{i^2 + j^2}} \quad (9)$$

У табл. 1 наведені аплікати вузлів 1/12 частини сітки на поверхні (4), розраховані за формулою (5).

Таблиця 1 – Аплікати вузлів на поверхні (4)

	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$	$i=6$
$j=3$	–	–	1,6467	–	–	–
$j=2$	–	2,4701	1,9377	1,5622	–	–
$j=1$	4,9402	3,1245	2,2093	1,6945	1,3702	–
$j=0$	–	3,4933	2,3288	1,7466	1,3973	1,1644

Визначаємо величини зусиль $kP_{i,j}$ на вузли сітки, які формують точковий каркас поверхні (9) за рекурентними формулами рівноваги вузла сітки на правильній трикутній сітці згідно зі статико-геометричним методом:

$$\begin{aligned} kP_{i,j} = -z_{i-1,j} - z_{i-1,j+1} - z_{i,j-1} + 6z_{i,j} - \\ - z_{i,j+1} - z_{i+1,j-1} - z_{i+1,j}. \end{aligned} \quad (10)$$

Результати підрахунку наведено в табл. 2.

Таблиця 2 – Зовнішні зусилля $kP_{i,j}$

	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$
$j=2$	0,2776	0,1057	–	–
$j=1$	0,1808	-0,0464	-0,0563	–
$j=0$	–	-1,8826	-1,0541	-0,6566

Складаємо систему рівнянь рівноваги вузлів, до яких прикладені зусилля (10) із заданим опорним контуром. Результати розв'язання системи рівнянь (10) наведено в табл. 3

Таблиця 3 – Аплікати вузлів поверхні

	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$	$i=6$
$j=3$	–	–	2,000	–	–	–
$j=2$	–	3,1269	2,2299	1,3333	–	–
$j=1$	5,3333	4,2317	2,9191	1,7704	0,6667	–
$j=0$	–	6,000	3,7796	2,3759	1,0972	0

За значеннями в табл. 3 на рис. 6 побудований дискретний каркас шуканої поверхні.

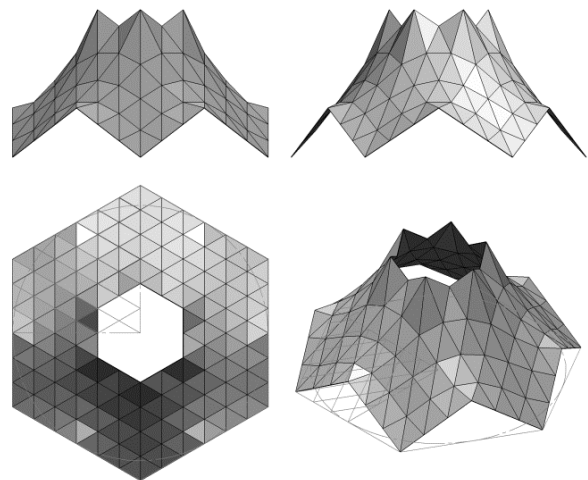


Рисунок 6 – Дискретний каркас поверхні із властивостями поверхні обернання

Висновки

Запропонований спосіб перенесення особливостей форми поверхні-прообразу на модельовану поверхню за заданими вихідними умовами дозволяє дизайнеру або архітектору формально отримати дискретний каркас поверхні, що відповідає як утилітарним, так і естетичним вимогам.

Список літератури

1. Стессель, С.А. Заимствование природных принципов формообразования в параметрической архитектуре [Текст] / С. Стессель // Вектор науки. – Тольятти: ТГУ, 2015. – № 2 (32-1). – С. 52-57.
2. Абдюшев, А.А. Проектирование непологих оболочек минимальной поверхности [Текст] / А. Абдюшев, И. Мифтахутдинов, П. Осипов // Строительные конструкции здания и сооружения: Известия КазГАСУ. – Казань: КазГАСУ, 2009. – № 2 (12). – С. 86-92. [Электронный ресурс] – Режим доступа: \www/ URL: http://izvestija.kgasu.ru/files/2_2009/Abdyushev_86_92.pdf.
3. Демченко В.В. Методи підвищення енергоефективності будівлі [Текст] / В.В. Демченко, Х.М. Чуприна, О.В. Невмержицький // Управління розвитком складних систем. – К.: КНУБА, 2013. – № 16. – С. 138-143.
4. Табуничиков, Ю.А., Энергоэффективные здания [Текст] / Ю.А. Табуничиков, М.М. Бродач, Н.В. Шилкин, – М.: АВОК-ПРЕСС, 2003. – 200 с.
5. Сергейчук, О.В. Геометричне моделювання фізичних процесів при оптимізації форми енергоефективних будинків: дис.... доктора техн. наук: 05.01.01 / Сергейчук Олег Васильович. – К., 2008. – 425 с.
6. Ковальов, С.М. Властивості деяких параболоїдів n -го порядку [Текст] / С.М. Ковальов, С.І. Ботвіновська, О.В. Мостовенко // Управління розвитком складних систем. – К.: КНУБА, 2015. – № 22. – С. 134-137.

Стаття надійшла до редколегії 16.02.2016

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.О.Плоский, Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ.

Ковалев Сергей Николаевич

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой начертательной геометрии и инженерной графики
 Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев

Ботвиновская Светлана Ивановна

Кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры начертательной геометрии и инженерной графики
 Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев

Золотова Алла Васильевна

Кандидат технических наук, доцент кафедры начертательной геометрии и инженерной графики
 Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ С ЗАДАНЫМИ СВОЙСТВАМИ В ДИЗАЙНЕ И АРХИТЕКТУРЕ

Аннотация. В работе рассматривается способ формирования дискретных каркасов поверхностей с заданными свойствами в дизайн-проектировании и проектировании криволинейных конструкций в архитектуре. Представлен пример формирования дискретного каркаса поверхности с заданными параметрами, которая сохраняет композиционные свойства заданной известной поверхности-прообраза. Предложенный способ перенесения особенностей формы поверхности-прообраза на моделируемую поверхность, с заданными исходными условиями, позволяет дизайнеру или архитектору формально получать дискретный каркас поверхности, которая отвечает как утилитарным, так и эстетическим требованиям.

Ключевые слова: геометрическое моделирование; архитектурное формообразование; дискретный каркас; свойства поверхности; статико-геометрический метод

Kovalev S.

DSc, professor, chief of the Department of Descriptive Geometry and Engineering Graphics

Botvinovska S.

PhD, assoc. prof. of Department of Descriptive Geometry and Engineering Graphics

Zolotova A.

PhD, assoc. prof. of Department of Descriptive Geometry and Engineering Graphics

Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

**GEOMETRIC MODELING OF THE SURFACES WITH GIVEN PROPERTIES
IN DESIGN AND ARCHITECTURE**

Abstract. *In this paper the method of forming discrete wireframes of surfaces with desired properties in design planning and designing of curvilinear constructions in architecture is regarded. The example of the forming of the surface of the discrete frame with the specified parameters is presented, which preserves the compositional properties of a given surface-known prototype. The proposed method of transferring the shape features of the surface pre-image to a modeled surface with given initial conditions allows the designer or architect to formally receive a discrete surface frame that meets both utilitarian and aesthetic requirements. The usage of shapes geometric properties in modeling various objects will allow to get the most optimal form in terms of further operation. In the designing of various architectural sites methods of discrete geometric modeling are actively used. The article gives examples of architectural surfaces modeling as grids with arbitrary step when impossible to obtain analytical equations of these surfaces. It had been highlighted five main form's features that can be transferred to any surface.*

Keywords: *geometric modeling, architectural shaping, discrete frame, surface properties, static-geometric method*

References

1. Stsesel, S.A. (2015). *Adoption of natural principles of forming in parametric architecture. The journal Vector of sciences of Togliatti State University*, 2, 52-57.
2. Abdiushev, A.A. (2009). *Design of steep shells with minimal surface/ A.A.Abdiushev, I.H.Miftakhutdinov, P.P.Osipov //Izvestiya-kgasu*, 2, 86-92.
3. Demchenko, V. (2013). *Methods of increasing the energy efficiency of buildings in the design stage are considered /V.V. Demchenko, J.M. Chupryna, A.V. Nevmerzchitsky // Management of development of complex systems*, 16,138-143.
4. Tabyshnikov, U. (2003). *Energyeffective buildings /U. Tabyshnikov, M.M.Borodach, N.B.Shilkin// Moscow, Russia: Abok-Press*, 200.
5. Sergeychuk, O. (2008). *Geometrical design of physical processes is during optimization of form of energy effective houses. Extended abstract of Doctor's thesis. Sumy: SumSU [Ukrainian]*.
6. Kovalev, S. (2015). *Some properties paraboloids n-th order / S.N. Kovalev, S.I. Botvinovska, A.V.Zolotova // Management of Development of Complex Systems*, (22), 134-137.

Посилання на публікацію

- APA Botvinovska, Svitlana, Kovalev, Sergej, & Zolotova, Alla. (2016). *Geometric modeling of the surfaces with given properties in design and architecture. Management of Development of Complex Systems*, 25, 121 – 126.
- ГОСТ Ковалев, С.Н. *Геометрическое моделирование поверхностей с заданными свойствами в дизайне и архитектуре / С.Н. Ковалев, С.И. Ботвиновская, А.В. Золотова // Управление развитием сложных систем. – 2016. – № 25. – С. 121 – 126.*