

УДК 514.18

Ковальов Сергій Миколайович

Доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки
Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

Ботвіновська Світлана Іванівна

Кандидат технічних наук, доцент кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки
Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

**ВПЛИВ ПАРАМЕТРІВ ЗОВНІШНІХ ЗУСИЛЬ
НА ФОРМУ ДИСКРЕТНОГО КАРКАСУ ПОВЕРХНІ**

***Анотація.** Робота присвячена пошуку залежностей параметрів зовнішніх зусиль від дискретних параметрів (i, j) топологічної схеми сітки. Різноманіття цих залежностей надасть необмежену свободу в управлінні формою дискретно представлених поверхонь для заданих крайових умов. В якості методу дискретного геометричного моделювання використовується статико-геометричний метод (СГМ), який дозволяє отримувати зрівноважені дискретні геометричні образи за рахунок дії на їх вузли зовнішніх зусиль. В дослідженнях показано, що залежність параметрів зовнішнього формоутворюючого навантаження від параметрів топологічної схеми сітки не призведе до появи нелінійності у системах рівнянь рівноваги вузлів.*

***Ключові слова:** дискретний каркас; статична рівновага системи; зовнішнє навантаження; параболічні поверхні; формоутворення; статико-геометричний метод*

Постановка проблеми

Можливості геометричного моделювання дискретних каркасів поверхонь різноманітних архітектурних форм майже необмежені, але потребують додаткових досліджень.

Як відомо [1], дискретними аналогами криволінійних поверхонь, що сформовані за СГМ, є зрівноважені сітки під дією зовнішнього формоутворюючого навантаження. Саме зовнішнє навантаження є тим джерелом вільних параметрів та їх залежностей, що надасть необмежену свободу в управлінні формою дискретно представленої поверхні для заданих крайових умов. Моделювання може відбуватись на сітках з різноманітними топологічними схемами, з рівномірним або нерівномірним кроком. Розподіл зовнішніх зусиль може мати лінійний характер, або описуватись функціонально, наприклад параболічною функцією. Напрямок зусиль може бути заданий або вертикальний.

Мета статті

Метою статті є виявлення різноманітних залежностей параметрів зовнішніх зусиль від дискретних параметрів (i, j) топологічної схеми сітки так, щоб ці залежності не призвели до появи нелінійності у системах рівноваги вузлів.

**Аналіз останніх досліджень
і публікацій**

Вектор зовнішнього зусилля визначається трьома параметрами, з яких два параметри визначають напрямок вектора (параметри положення) і один – величину зусилля (параметр форми).

Авторами публікації [2; 3] розглядалися окремі випадки побудови дискретних каркасів поверхонь, коли формоутворення відбувається під впливом вертикальних зусиль на вузли, у разі лінійного розподілу їх величин між вузлами та, коли задано гіперболічний закон розподілу [4]. В роботі [5] авторами запропоновані принципи знаходження параметрів функції розподілу формоутворюючого навантаження на вузли ДПК (параметри форми) залежно від кроку дискретизації.

Вплив параметрів положення зовнішніх зусиль (параметрів направлення векторів) на форму дискретно заданої поверхні не розглядався.

**Виклад основного матеріалу
дослідження**

Різноманітність всіляких залежностей параметрів зовнішніх зусиль від дискретних параметрів топологічної схеми сітки дасть необмежену свободу управління формою дискретно представленої поверхні для заданих крайових умов.

Будь-яку таку залежність завжди можна привести до вигляду:

$$\begin{aligned} k_1 P_{x,i,j} &= f_1(i, j); \\ k_2 P_{y,i,j} &= f_2(i, j); \\ k_3 P_{z,i,j} &= f_3(i, j), \end{aligned} \quad (1)$$

де $P_{x,i,j}$, $P_{y,i,j}$, $P_{z,i,j}$ – проекції зовнішнього зусилля $P_{i,j}$ у довільному вузлі $M_{i,j}$ на координатні осі;

k_1, k_2, k_3 – коефіцієнти пропорційності.

Для наочності процесу формування сітки залежність (1) можна задавати конструктивно. Якщо напрямок вектора зовнішнього зусилля задано полярними кутами α та β , так як показано на рис. 1, а, то для визначення координатних зусиль необхідно скористатися формулами переходу з полярної сферичної системи координат у прямокутну декартову:

$$\begin{aligned} \overline{P_x} &= P \cos \alpha \cos \beta; \\ \overline{P_y} &= P \cos \alpha \sin \beta; \\ \overline{P_z} &= P \sin \alpha, \end{aligned} \quad (2)$$

де P – величина вектора зусилля; α – кут між горизонтальною проекцією вектора та віссю Ox ; β – кут нахилу вектора до горизонтальної площини.

Якщо напрямок вектора заданий кутами γ та δ , відповідно між вектором та координатними осями Ox та Oy (рис. 1, б) координатні складові визначаються за формулами:

$$\begin{aligned} \overline{P_x} &= P \cos \gamma; \\ \overline{P_y} &= P \cos \delta; \\ \overline{P_z} &= P \sqrt{\sin^2 \gamma - \cos^2 \delta}, \end{aligned} \quad (3)$$

де γ – кут між вектором зусилля та віссю Ox ; δ – кут між вектором зусилля та віссю Oy .

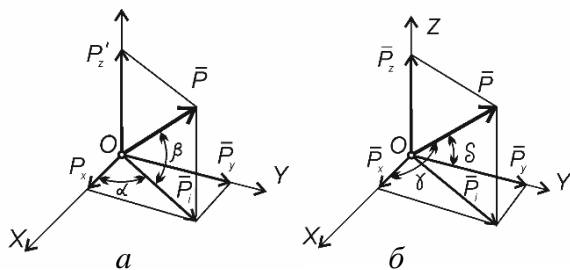


Рисунок 1 – Напрямок вектора зусилля заданий кутами: а – α та β ; б – γ та δ

При використанні конструктивного (графічного) способу задавання кутових параметрів

векторів зовнішніх зусиль їх координатні складові визначаються згідно з обраним способом.

Приклад.

У горизонтальній площині Γ задана топологія сітки, що складається з квадратних клітин, зі сторонами 6×6 лінійних одиниць. Опорний контур заданий у вигляді чотирьох півкіл (рис. 2), на кожному з яких задано по сім вузлів з рівномірним кроком, вздовж дуги контуру. Рівняння півкіл у площинах XOZ та YOZ відповідно мають вигляд:

$$\begin{cases} x^2 + z^2 = 9 \\ y = \pm 3 \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 + z^2 = 9 \\ x = \pm 3 \end{cases}$$

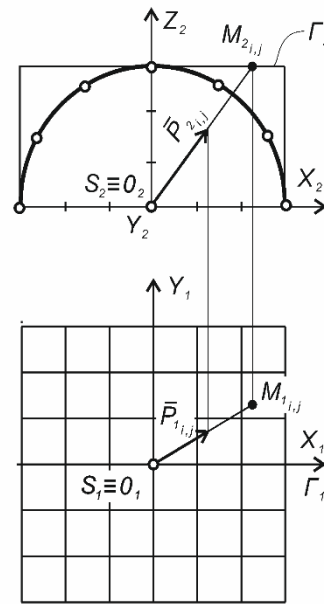


Рисунок 2 – Топологічна схема сітки та заданий опорний контур

Задана апліката центрального вузла $Z_{00}=4.2426$ так, якби центральний вузол лежав на поверхні сфери, яка проходить через дуги заданого опорного контуру.

Такий вибір аплікати пов'язаний із подальшим порівнянням поверхні, що моделюється, з поверхнею сфери.

Кутові параметри зовнішніх зусиль конструктивні. Напрямок вектора зовнішнього зусилля визначається точкою $M_{i,j}$ на топологічній схемі сітки та початком координат – точкою O .

Координатні складові одиничного вектора зовнішнього зусилля у довільному вузлі сітки у запропонованому прикладі визначаються за формулами:

$$\begin{aligned}
 P_{x,i,j} &= \frac{i}{\sqrt{i^2 + j^2 + 9}}; \\
 P_{y,i,j} &= \frac{j}{\sqrt{i^2 + j^2 + 9}}; \\
 P_{z,i,j} &= \frac{3}{\sqrt{i^2 + j^2 + 9}}.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Результати розрахунків наведено у табл. 1 для ¼ частини симетричної сітки, що конструюється.

Таблиця 1 – Координатні складові зовнішніх зусиль

				<i>j</i>
$\overline{P_x}$	0	0.2673	0.4851	2
$\overline{P_y}$	0.5547	0.5345	0.4851	
$\overline{P_z}$	0.8321	0.8018	0.7276	
$\overline{P_x}$	0	0.3015	0.5345	1
$\overline{P_y}$	0.3162	0.3015	0.2673	
$\overline{P_z}$	0.9487	0.9045	0.8018	
$\overline{P_x}$	0	0.3162	0.5547	0
$\overline{P_y}$	0	0	0	
$\overline{P_z}$	1	0.9487	0.8321	
<i>i</i>	0	1	2	

Система рівнянь рівноваги вузлів із врахуванням симетрії сітки:

$$\begin{aligned}
 -4x_{10} + 2x_{11} + x_{20} + kP_{x,1,0} &= 0; \\
 x_{10} - 4x_{20} + 2x_{21} + kP_{x,2,0} + 3 &= 0; \\
 x_{10} - 4x_{11} + x_{12} + x_{21} + kP_{x,1,1} &= 0; \\
 x_{11} + x_{20} - 4x_{21} + x_{23} + kP_{x,2,1} + 3 &= 0; \\
 x_{11} - 4x_{12} + x_{22} + kP_{x,1,2} + 1.5 &= 0; \\
 x_{12} + x_{21} - 4x_{22} + kP_{x,2,2} + 5.5981 &= 0;
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 4z_{10} + kP_{z0} - 16.9704 &= 0; \\
 -4z_{10} + 2z_{11} + z_{20} + kP_{z10} + 4.2426 &= 0; \\
 z_{10} - 4z_{20} + 2z_{21} + kP_{z20} + 3 &= 0; \\
 2z_{10} - 4z_{11} + 2z_{21} + kP_{z11} &= 0; \\
 z_{11} + z_{20} - 4z_{21} + z_{22} + kP_{z21} + 2.5981 &= 0; \\
 2z_{21} - 4z_{22} + kP_{z22} + 3 &= 0;
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

При підстановці в систему (6) значень $P_{z,i,j}$ визначаються аплікати всіх вузлів та коефіцієнтів пропорційності *k*. При підстановці в (5) величини *k*

та значень $P_{x,i,j}$ із табл. 1, визначаються абсиси всіх вузлів. Ординати вузлів визначаються із умови симетрії сітки. За результатами рішення систем (5) та (6), які наведено у табл. 2, на рис. 3 побудована сформована сітка.

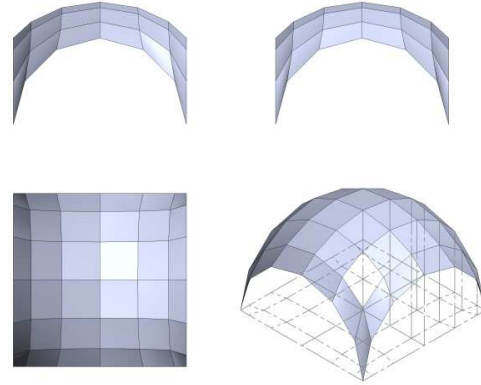


Рисунок 3 – Дискретний каркас зрівноваженої поверхні, що змодельована під впливом зовнішніх зусиль

Таблиця 2 – Координати вузлів змодельованої поверхні на заданій сітці

					<i>j</i>
<i>x</i>	0	1.5	2.5981	3	3
<i>y</i>	3	3	3	3	
<i>z</i>	3	2.5981	1.5	0	
<i>x</i>	0	1.3633			2
<i>y</i>	2.3768	2.3839			
<i>z</i>	3.5643	3.2861			
<i>x</i>	0	1.2441			1
<i>y</i>	1.3178	1.3241			
<i>z</i>	4.0526	3.8413			
<i>x</i>	0	1.3178			0
<i>y</i>	0	0			
<i>z</i>	4.2426	4.0526			
<i>i</i>	0	1	2	3	

Отримані формули залежності параметрів зовнішніх формують зусиль від дискретних параметрів (*i, j*) заданої топологічної схеми сітки дозволять розв'язувати задачі дискретної інтерполяції і моделювати дискретні каркаси поверхонь різноманітних форм.

Висновки

Запропоновано спосіб формування дискретних каркасів поверхонь за допомогою зовнішнього формують зусиль навантаження, параметри якого залежать від дискретних параметрів (*i, j*) топологічної сітки. Конструктивне задання напрямів зусиль дозволить, в подальшому, змінювати положення центра *S*.

Використання такого підходу для каркасу неперервної поверхні не призводить, при формуванні дискретного каркасу поверхні цьому до появи нелінійності у системі рівнянь надасть можливість змінювати форму дискретного рівноваги вузлів.

Список літератури

1. *Формирование дискретных моделей поверхностей пространственных архитектурных конструкций: дис. ... доктора техн. наук: 05.01.01 / Ковалев Сергей Николаевич. – М.: МАИ, 1986. – 348 с.*
2. *Золотова А.В. Дискретна кускова інтерполяція точок при формуванні поверхні в архітектурі. дис. ... кандидата технічних наук : 05.01.01 «Прикладна геометрія, інженерна графіка» [Текст] / Золотова Алла Василівна. – Київ : КНУБА, 2015. – 142*
3. *Ковалев, С.Н., Ахматшина, О.І. Формоутворююча роль зовнішнього навантаження в статико-геометричному методі [Текст] / С.Н. Ковалев, О.І. Ахматшина // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць / МДПУ ім. Б. Хмельницького; гол. ред. кол. А.В.Найдиш.– Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2014, Випуск 2 – С. 43 – 51.*
4. *Грищенко, В.Г. Дискретное моделирование поверхностей оболочек с учетом совокупности геометрических и статических формообразующих параметров: автореф. дис. на соискание научной степени канд. техн. наук: спец. 05.01.01 «Прикладная геометрия, инженерная графика» [Текст] / В.Г. Грищенко. – К. КИСИ, 1985. -15 с.*
5. *Пустюльга, С.І., Самчук, В.П. Згущення точкових каркасів дискретно представлених кривих за рахунок параметрів зовнішнього формоутворюючого навантаження [Текст] / С.І. Пустюльга, В.П. Самчук // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». Відповідальний редактор В.С.Михайленко. – К.: КНУБА, 2010, Випуск 88 – С. 35 – 40.*

Стаття надійшла до редколегії 07.11.2016

Рецензент: д-р техн. наук, проф. К.О.Сазонов, Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ.

Ковалев Сергей Николаевич

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой начертательной геометрии и инженерной графики
Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев

Ботвиновская Светлана Ивановна

Кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры начертательной геометрии и инженерной графики
Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОЛОЖЕНИЯ ВНЕШНИХ УСИЛИЙ НА ФОРМУ ДИСКРЕТНОГО КАРКАСА ПОВЕРХНОСТИ

Аннотация. Работа посвящена поиску зависимостей параметров внешних усилий от дискретных параметров (i, j) топологической схемы сетки. Разнообразие всевозможных зависимостей параметров внешних усилий дает неограниченную свободу в управлении формой дискретно представленных поверхностей при заданных краевых условиях. В качестве метода дискретного геометрического моделирования используется статико-геометрический метод (СГМ), который позволяет получать уравновешенные дискретные геометрические образы за счет действия на их узлы внешних усилий. По результатам проведенного исследования видно, что зависимость параметров внешней формообразующей нагрузки от параметров топологической схемы сетки не приведет к появлению нелинейности системы уравнений.

Ключевые слова: дискретный каркас; статическое равновесие системы; внешняя нагрузка; параболические поверхности; формообразование; статико-геометрический метод

Kovalev S.

DSc, professor, chief of the Department of Descriptive Geometry and Engineering Graphics
Kyiv National University of Building and Architecture, Kyiv

Botvinovska S.

PhD, lecturer of the Department of Descriptive Geometry and Engineering Graphics
Kyiv National University of Building and Architecture, Kyiv

INFLUENCE OF PARAMETER OF LOCATIONS OF EXTERNAL EFFORTS TO THE FORM OF THE DISCRETE FRAMEWORK OF THE SURFACE

Abstract. Work is devoted to searching of dependences of parameters of external efforts on discrete parameters (i, j) the topological scheme of a grid. A variety of various dependences of parameters of external efforts gives unlimited freedom in management of a form of discretely presented surfaces if you specify boundary conditions. The static-geometric method (SGM)

method is in-process used. In this method is discrete geometrical modeling, which can obtain the discrete frames curves and surfaces. The balance is provided by to the action of the form-building loading. Such loading operates on every knot of network. The principle of finding the parameters of the distribution function of external load by the discrete parameters the topological scheme of a grid is present. Dependence of parameters of external discrete load shaping on parameters of the topological scheme of a grid will not lead to emergence of nonlinearity of a system of equalizations of equilibrium. The example is demonstrating the formative role of the external load on the grid nodes in the construction architectural forms.

Keywords: *discrete framework; standing balance of system; external loading; parabolic surfaces; shaping; static-geometric method*

References

1. Kovalev, S.N. (1986). *The formation of discrete surface models spatial architectural structures. Extended abstract of DSc thesis. Sumy: SumSU [Ukrainian].*
2. Zolotova, A.V. (2015). *Discrete piecewise interpolation of points for the formation of surfaces in architecture, PhD thesis. Sumy: SumSU [in Ukrainian].*
3. Kovalev, S., Akmatshina, E. (2014). *Massing role external load in static-geometric method, 2, 43-50.*
4. Grishenko, V. (1985). *Discrete design of surfaces of shells taking into account totality of geometrical and static shape-generating parameters, PhD thesis. Sumy: SumSU [in Ukrainian].*
5. Pustyulga, S., Samchuk, V. (2011). *Concentration the carcass of point discretely presented curve across parameters of external form-building load. The applied geometry and engineering graphics, 88, 35-40.*

Посилання на публікацію

- APA Kovalev, S., & Botvinovska, S., (2016). *Influence of parameter of locations of external efforts to the form of the discrete framework of the surface. Management of Development of Complex Systems, 28, 137 – 141.*
- ДСТУ Ковальов С.М. Вплив параметрів зовнішніх зусиль на форму дискретного каркасу поверхні [Текст] / С.М. Ковальов, С.І. Ботвіновська // *Управління розвитком складних систем.* – 2016 . – № 28. – С. 137 – 141.