

DOI: 10.6084/m9.figshare.11340665

УДК 539.3

Солодей Іван Іванович

Доктор технічних наук, старший науковий співробітник, професор кафедри будівельної механіки, orcid.org/0000-0001-7638-3085

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

Вабіщевич Максим Олегович

Кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельної механіки, orcid.org/0000-0002-0755-5186

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

Стригун Руслан Леонідович

Аспірант кафедри будівельної механіки, orcid.org/0000-0002-1174-5310

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

СКІНЧЕННОЕЛЕМЕНТНІ МОДЕЛІ ПРОСТОРОВИХ ТІЛ В ЗАДАЧАХ ДИНАМІКИ З УРАХУВАННЯМ ВЕЛИКИХ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ

***Анотація.** Значна вартість натурних експериментів, а в деяких випадках неможливість їх проведення через складність моделювання реальних процесів визначили широке розповсюдження математичних, аналітичних і чисельних методів розрахунків на міцність, особливе місце серед яких займає метод скінченних елементів (МСЕ). В рамках напіваналітичного варіанта МСЕ розглянута бібліотека скінченних елементів для апроксимації просторових неоднорідних тіл обертання і призматичних тіл неканонічної форми в процесах їх нестационарного деформування під дією динамічного навантаження з урахуванням великих пластичних деформацій. Представлені базові кільцевий та призматичний скінченні елементи з різними видами граничних умов, на основі яких побудовані спеціальні СЕ для моделювання фізично нелінійної роботи матеріалу та змінних зон контактної взаємодії. Наведені тестові приклади демонструють високу достовірність та ефективність запропонованих рішень.*

***Ключові слова:** метод скінченних елементів; ряди Фур'є; поліноми Лагранжа і Міхіліна; пластичні деформації; геометрична нелінійність; контактна взаємодія*

Вступ

Широке застосування вібрацій, ударів та промислових вибухів як елементів технологічного процесу, бажання створювати оптимальні рішення з точки зору вартості розробки та подальшої експлуатації запроєктованих об'єктів веде до розгляду складних просторових задач динаміки за наявності різноманітних супутніх факторів, що ускладнюють аналіз їх поведінки. До них належать: змінність фізико-механічних характеристик, великі пластичні деформації, невизначені заздалегідь зони контактної взаємодії. Крім того, все більш високі потреби до надійності і економічності конструкцій ведуть до необхідності використання матеріалів, які відрізняються суттєво вираженими нелінійними механічними характеристиками.

Відомо, що на сьогодні метод скінченних елементів є найбільш потужним інструментом для аналізу проблем будівельної механіки та механіки деформівного твердого тіла [1; 5; 6]. За останні декілька років розмірність МСЕ моделей різко виросла, що визначається підвищеними вимогами до

точності і достовірності результатів, спонукаючи використання все більш і більш докладних розрахункових схем. Крім того, труднощі дослідження поведінки конструкцій за наявності динамічних навантажень багатократно збільшуються у порівнянні зі статичним аналізом.

Об'єктом дослідження є процеси нестационарного пружнопластичного деформування просторових неоднорідних тіл обертання і призматичних тіл неканонічної форми під дією динамічного навантаження з урахуванням великих деформацій. Предметом дослідження є переміщення, швидкості та прискорення, змінні у часі компоненти тензорів напружень та деформацій в умовах динамічного навантаження.

Побудова скінченноелементних моделей просторових неоднорідних призматичних тіл та тіл обертання виконується на основі напіваналітичного методу скінченних елементів (НМСЕ) [2; 3; 8]. Підхід, який припускає використання усереднених значень в околі поперечного перерізу скінченного елемента у поєднанні з моментною схемою скінченного елемента на базі компонент тензора фізичних деформацій, дає змогу значно скоротити

об'єми математичних обчислень, що пов'язані з операціями чисельного інтегрування [7]. Розв'язання задач швидкісного деформування ґрунтується на прямих неявних методах інтегрування рівнянь руху за часом, що адаптовані до процедур НМСЕ [2]. Для урахування появи та розповсюдження зон фізично нелінійної роботи матеріалу в задачах динаміки за вихідні взято співвідношення теорії пластичної течії із ізотропним зміцненням за умови текучості Мізеса [4]. Для розв'язання контактних задач використано моделі типу "поверхня – поверхня", що забезпечують умови непроникнення, тертя на основі закону Кулона та відсутність розтягуючих напружень нормальних до поверхні контакту. Специфіка алгебраїчних рівнянь НМСЕ зумовлена порушенням ортогональності базисних функцій у просторі оператора пружності для тіл зі змінними вздовж напрямної параметрами жорсткості і мас. Явно виділена клітинна структура як матриці жорсткості, так і матриці мас є підставою для використання алгоритмів, що комбінують прямі та ітераційні методи розв'язання. Поєднання ітераційних циклів, що з одного боку пов'язані з порушенням однорідності об'єкта вздовж напрямної, а з іншого є природними для самих алгоритмів (додаткових навантажень, метод ітерацій у підпросторі) дає змогу значно зменшити обчислювальні витрати на розв'язання задачі [3; 8].

Базові скінченні елементи НМСЕ

Для дискретизації неоднорідних просторових тіл при динамічному навантаженні використовується кільцевий та призматичний скінченні елементи (рис. 1).

Щільність матеріалу, компоненти тензора пружних постійних і метричного тензора в околі поперечного перерізу елемента вважаються незмінними. На противагу цьому постійні матеріалу і напруження доволно змінюються вздовж осі x_3 і обчислюються в необхідній кількості точок інтегрування.

У площині перетину елемента прийнято білінійне розподілення переміщень, швидкостей та прискорень:

$$(u : \dot{u} : \ddot{u})_{k'} = \sum_{S_1} \sum_{S_2} (u : \dot{u} : \ddot{u})_{k'(S_1, S_2)} \prod_{n=1}^2 \left(S_n x^n + \frac{1}{2} \right). \quad (1)$$

Для обчислення компонент тензора деформацій використовується моментна схема скінченного елемента (МССЕ) [7].

Для апроксимації переміщень, швидкостей та прискорень в напрямку твірної використовується

система координатних функцій $\psi_{k'}^1$:

$$(u : \dot{u} : \ddot{u})_{k'(S_1, S_2)} = \sum_{l=1}^L (u : \dot{u} : \ddot{u})_{k'(S_1, S_2)}^l \psi_{k'}^l, \quad (2)$$

де для

– кільцевого замкнутого СЕ на основі рядів Фур'є:

$$\begin{aligned} \psi_{1'}^1 &= \psi_{2'}^1 = \cos lx^3, \quad \psi_{3'}^1 = \sin lx^3, \\ I_0 &= 0, \quad 0 \leq x^3 \leq 2\pi \end{aligned} \quad (3)$$

– призматичного СЕ на основі рядів Фур'є:

$$\begin{aligned} \psi_{1'}^1 &= \psi_{2'}^1 = \sin \frac{\pi l}{2} x^3, \quad \psi_{3'}^1 = \cos \frac{\pi l}{2} x^3, \\ I_0 &= 1, \quad 0 \leq x^3 \leq 2 \end{aligned} \quad (4)$$

Точки інтегрування $d^{ijkl}(x^3), \rho(x^3), \sigma^{ij}(x^3)$

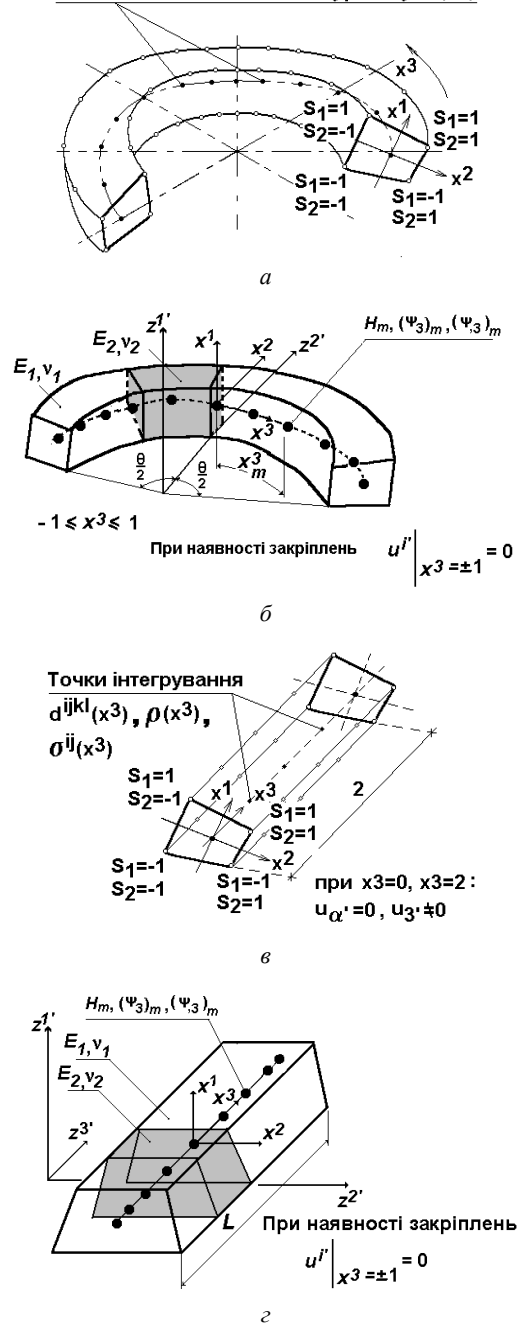


Рисунок 1 – Неоднорідні скінченні елементи НМСЕ: а – замкнений кільцевий; б – незамкнений кільцевий; в – шарнірно опертий призматичний; г – призматичний із довільними граничними умовами на торцях

– кільцевого незамкненого та призматичного СЕ із довільними граничними умовами на торцях (Ψ^l – поліноми Лагранжа при $l = 0, 1$ і Міхліна при $l = 2, \dots, L$):

$$\Psi_{k'}^0 = \frac{1}{2}(1-x^3), \Psi_{k'}^1 = \frac{1}{2}(1+x^3), -1 \leq x^3 \leq 1,$$

$$\Psi_{k'}^l = f^{(l)} p^{(l)} - f^{(l-2)} p^{(l-2)}, f^{(l)} = \sqrt{(4l^2 - 1)^{-1}}, \quad (5)$$

$$p^{(l)} = \sqrt{\frac{2l+1}{2}} \sum_{s=0}^l \frac{(-1)^s (1+s)!}{(l-s)!(s!)^2 2^{s+1}} \times \left[(1-x^3)^s + (-1)^l (1+x^3)^s \right].$$

Застосована система функцій задовольняє умови повноти та лінійної незалежності і допомагає просто і ефективно формулювати різні види граничних умов на торцях тіла традиційним для МСЕ способом.

Існує два підходи до інтегрування невідомих в околі поперечного перерізу СЕ. Перший із них не передбачає ніяких обмежень на характер розподілення фізичних, механічних та геометричних параметрів як по довжині, так і по площі поперечного перерізу СЕ. Вони обчислюються в деякій кількості точок інтегрування, що належать площині (рис. 2, а).

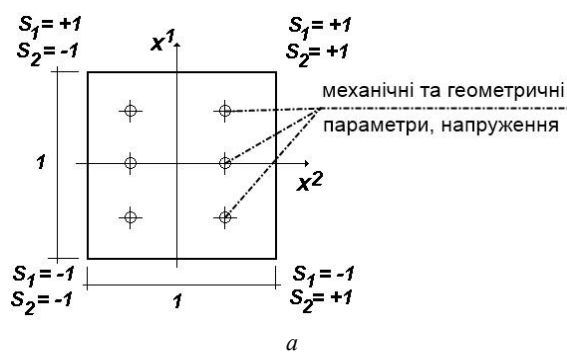


Рисунок 2 – Схеми інтегрування в околі поперечного перерізу СЕ: а – точки інтегрування у площині; б – усереднення значень

Використання такого підходу веде до необхідності виконання значного об'єму обчислень, що пов'язані з операціями чисельного інтегрування. Інший, більш ефективний, підхід припускає усереднення значень в околі поперечного перерізу (рис. 2, б) у поєднанні з моментною схемою

скінченного елемента на базі компонент тензора фізичних деформацій.

Грунтуючись на гіпотезах пластичного деформування матеріалу [4], розглянемо скінченні елементи, які побудовані на основі базових СЕ та допомагають моделювати появу та розповсюдження ділянок пластичних деформацій при фізично нелінійній роботі матеріалу (рис. 3).

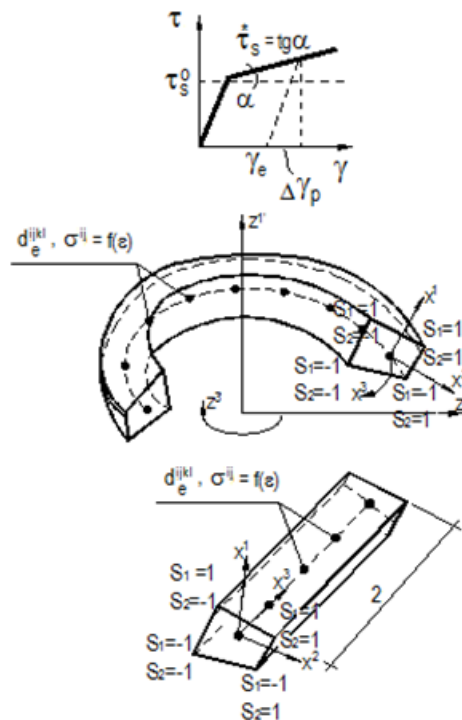


Рисунок 3 – Скінченні елементи для моделювання появи та розповсюдження ділянок пластичних деформацій

Оскільки при пластичному деформуванні зображуюча точка залишається на поверхні навантаження, на кожному кроці за часом t використовується рівність:

$$df = \frac{\partial f}{\partial S^{ij}} dS^{ij} + \frac{\partial f}{\partial \chi} d\chi = 0. \quad (6)$$

Для поверхні навантаження маємо:

$$df = S^{ij} dS^{ij} - 2\tau_s \frac{\partial \tau_s}{\partial \chi} d\chi = 0. \quad (7)$$

Беручи до уваги, що $S_{ij} dS^{ij} = S_{ij} d\sigma^{ij}$, а прирощення компонент тензора напружень:

$$d\sigma^{ij} = d^{ijkl} (d\epsilon_{kl} - d\epsilon_{kl}^p), \quad (8)$$

перепишемо рівняння (7) у вигляді:

$$S_{ij} \left[d^{ijkl} (d\epsilon_{kl} - d\epsilon_{kl}^p) \right] = 2\tau_s \frac{\partial \tau_s}{\partial \chi} \sqrt{\frac{2d\epsilon_{ij}^p d\epsilon_{ij}^p}{3}}. \quad (9)$$

Подаючи в (9) прирощення пластичних деформацій через компоненти девіатора напружень отримаємо

$$S_{ij} d^{ijkl} d\epsilon_{kl} = \left(S_{ij} d^{ijkl} S_{kl} + \frac{4}{\sqrt{3}} \tau_s \frac{\partial \tau_s}{\partial \chi} \right) d\lambda. \quad (10)$$

Враховуючи, що для ізотропного матеріалу $S_{ij}d^{ijkl} = 2GS^{kl}$, де G – модуль зсуву, запишемо вираз для множника $d\lambda$:

$$d\lambda = \frac{S_{ij}d^{ijkl}d\varepsilon_{kl}}{\gamma}, \quad (11)$$

$$\text{де } \gamma = 4\tau_s^2 \left(G + \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\partial \tau_s}{\partial \chi} \right).$$

Якщо виключити прирошення пластичних деформацій, зв'язок між прирошеннями напружень і деформацій має вигляд:

$$d\sigma^{ij} = d_e^{ijkl}d\varepsilon_{kl}, \quad (12)$$

$$\text{де } d_e^{ijkl} = d^{ijkl} - \frac{4G^2S^{ij}S^{kl}}{\gamma}.$$

Тут d_e^{ijkl} – тензор миттєвих жорсткостей пружнопластичного матеріалу.

Розглянуто пружнопластичне деформування неоднорідного циліндра (рис. 5) під дією рівномірно розподіленого зовнішнього тиску інтенсивності $q = 1.25 \times 10^8$ Па. Геометричні та фізико-механічні характеристики: $r_1 = 1$ м, $r_2 = 1.47$ м, $r_3 = 2$ м, $\phi = 45^\circ$, $E_0 = 2.1 \times 10^{11}$ Па, $\rho_0 = 7.8 \times 10^3$ кг/м³, $\nu = 0$.

Тиск прикладається миттєво і діє протягом всього часу, що розглядається. Крок у часі – $\Delta t = 10^{-4}$ с, матеріал ідеально пружнопластичний з межею текучості $\tau_s = 1.7 \times 10^8$ Па.

Досягнута збіжність результатів залежно від кількості невідомих: МСЕ – 16×61, НМСЕ – 2×16×20. При цьому розбіжність за максимальними переміщеннями в точці ($t = 0.008$ с, $r = 1.2$ м, $\phi = 90^\circ$) при подальшому збільшенні кількості базисних функцій вздовж кільцевої координати не перевищувала 1%,

а за максимальними інтенсивностями пластичних деформацій ($t = 0.01$ с, $r = 1.03$ м, $\phi = 90^\circ$) – 5% (рис. 4).

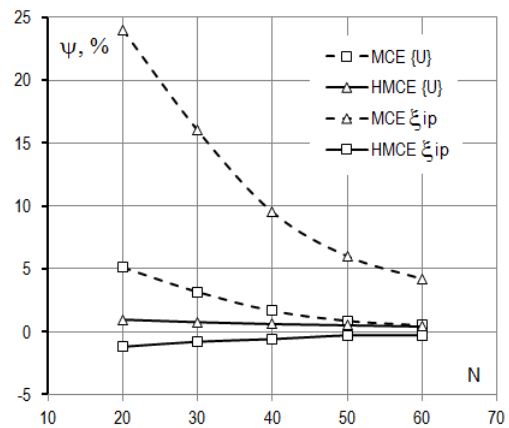


Рисунок 4 – Збіжність результатів залежно від кількості невідомих

На рис. 5 представлені епюри інтенсивностей пластичних деформацій на внутрішній та зовнішній поверхні товстостінного циліндра в момент часу $t = 0.01$ с, коли досягаються їх максимальні значення для обох методів. Спостерігається добра узгодженість результатів.

Напружено-деформований стан на контактуючих поверхнях значною мірою визначає характер роботи деталей, елементів машин та обладнання. Дослідження контактних задач дає змогу встановити механізм контактної взаємодії, контактні поля напружень, переміщень, деформацій, а також визначити умови їх цілеспрямованого регулювання. Характерна особливість моделювання подібних процесів полягає в тому, що ми не знаємо завчасно граничних умов на поверхні тіла, оскільки зони контакту змінні у часі і залежать від характеру зовнішніх навантажень.

Моделювання контактної взаємодії систем деформівних тіл виконується за рахунок введення спеціальних контактних скінченних елементів (рис. 6).

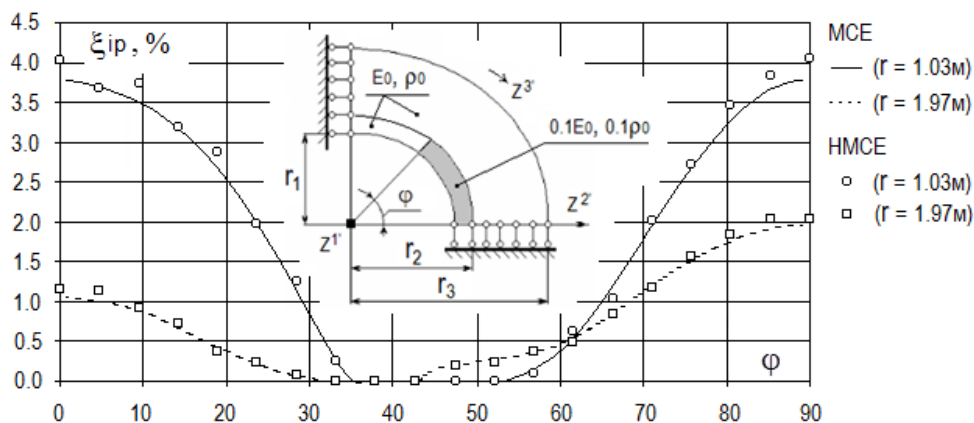


Рисунок 5 – Епюри інтенсивностей пластичних деформацій

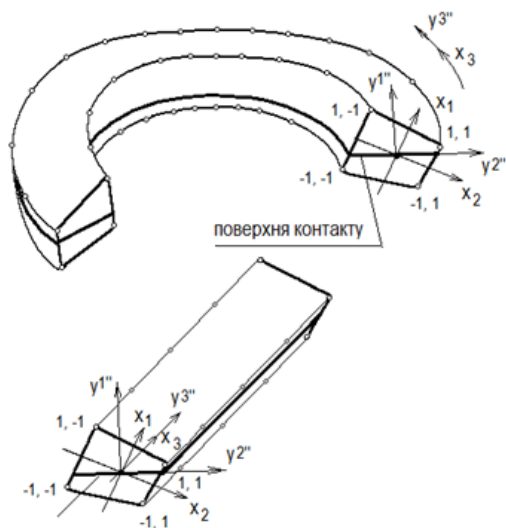


Рисунок 6 – Спеціальні контактні скінченні елементи

Поряд із базисною та місцевими системами координат вводиться додаткова місцева система координат y^i , вісь y^{α} якої спрямована по нормалі до поверхні взаємодії, $y^{(3-\alpha)}$ – по дотичній в площині поперечного перерізу, y^3 – співпадає з x^3 . Вважається, що в системі y^i контактний шар сприймає стискаючі нормальні до поверхні контакту напруження:

$$\sigma^{\alpha}(\alpha) \leq 0 \quad (13)$$

та дотичні напруження τ у випадку тертя на взаємодіючих поверхнях, які підпорядковуються закону тертя Кулона:

$$\tau \leq f_{fr} \sigma^{\alpha}(\alpha), \quad (14)$$

де f_{fr} – коефіцієнт тертя.

З умови рівності нулю всіх інших компонент тензора напружень в системі координат y^i отримані формули корекції тензора пружних постійних контактних СЕ:

$$d_c^{\alpha}(\alpha)(\alpha)(\alpha)(\alpha) = \Omega^{\alpha}(\alpha)(\alpha)(\alpha) - \frac{\Omega^{1''2''}(\alpha)(\alpha) - f_{fr} \Omega^{1''1''}(\alpha)(\alpha)}{\Omega^{1''2''1''2''} - f_{fr} \Omega^{1''1''1''2''}} \times \Omega^{\alpha}(\alpha)(\alpha)1''2''; \quad (15)$$

$$\Omega^{i''j''k''l''} = \Phi^{i''j''k''l''} - \frac{\Phi^{i''j''3''3''} \Phi^{3''3''k''l''}}{\Phi^{3''3''3''3''}}; \quad (16)$$

$$\Phi^{i''j''k''l''} = d^{i''j''k''l''} - \frac{d^{i''j''(3-\alpha)''} d^{(3-\alpha)''(3-\alpha)''k''l''}}{d^{(3-\alpha)''(3-\alpha)''(3-\alpha)''(3-\alpha)''}}, \quad (17)$$

де $d^{i''j''k''l''}$ – компоненти тензора пружних постійних звичайного СЕ в системі координат y^i , що обчислюються за формулою:

$$d^{i''j''k''l''} = \lambda g^{i''j''} g^{k''l''} + \mu (g^{i''k''} g^{j''l''} + g^{i''l''} g^{j''k''}). \quad (18)$$

Компоненти метричного тензора $g^{m''n''}$ системи координат y^i обчислюються за компонентами метричного тензора місцевої системи координат:

$$g^{m''n''} = c_r^{m''} c_s^{n''} g^{rs}, \quad (19)$$

де $c_r^{m''} = \frac{\partial y^m}{\partial x^r}$ – компоненти тензора перетворення координат, що визначають зв'язок між системою y^i і місцевою системою координат.

Варіація енергії деформації контактного СЕ в місцевій системі координат записується виразом, що збігається з виразом для звичайного СЕ [7]. Компоненти тензора напружень та їх похідних для контактних СЕ обчислюються за компонентами тензора деформацій в місцевій системі координат:

$$\overset{\circ}{\sigma}^{ij} = d_c^{ijkl} \overset{\circ}{\varepsilon}_{kl}, \quad \overset{\circ}{\sigma}'_{,\alpha}{}^{ij} = d_{c,\alpha}^{ijkl} \overset{\circ}{\varepsilon}'_{kl,\alpha}, \quad (20)$$

де

$$d_c^{ijkl} = c_1^i c_1^j c_1^k c_1^l d_c^{1''1''1''1''}, \quad d_{c,\alpha}^{ijkl} = c_1^i c_1^j c_1^k c_1^l d_{c,\beta}^{1''1''1''1''} \frac{1}{c_\beta^\alpha}. \quad (21)$$

Вважається, що при описі границі, щільність матеріалу та коефіцієнт Пуассона дорівнюють нулю:

$$\rho_c = 0, \quad \nu_c = 0, \quad (22)$$

що забезпечує миттєву передачу зусиль від одного тіла до іншого.

Контактна жорсткість – важливий параметр, який впливає і на точність, і на збіжність. Необхідно акуратно підбирати значення контактної жорсткості і додержуватися балансу між доброю збіжністю і точністю. Найкраще значення контактної жорсткості залежить від конкретної задачі і часто визначається “методом проб і помилок”. Механічні характеристики кожного елемента шару змінюються в процесі деформування. У початковий момент часу модуль пружності матеріалу кожного елемента шару приймається на декілька порядків менше модуля пружності матеріалу об'єктів. На ділянках товщина

δ в процесі деформування стає меншою за деяку задану величину δ_0 (параметр так званої штрафної жорсткості). Модуль пружності матеріалу елементів, що належать ділянці контакту, приймається рівним модулю пружності матеріалу одного з об'єктів.

Величина δ_0 назначається для кожної конкретної задачі залежно від габаритних розмірів об'єктів та степеня відносного ковзання контактуючих поверхонь. Якщо δ стає більшою за δ_0 , модуль СЕ знову зменшується. Крім того, в процесі деформування в кожному скінченному елементі, що належить шару, виконується корекція дотичних напружень, якщо їх величина перевищує напруження тертя (14). У протилежному випадку напруження залишаються без змін. Таким чином, враховується виконання контактних умов взаємодіючих деформівних тіл: непроникнення та тангенціальне ковзання однієї поверхні відносно іншої.

Товщина шару скінченних елементів повинна задовольняти дві умови. З одного боку, вона повинна мати відносно невелику величину у порівнянні з габаритними розмірами об'єкта, оскільки шар вводиться фіктивно з метою спрощення чисельного моделювання процесів контактної взаємодії; з іншого – чисельна стійкість результатів розрахунку залежить від співвідношення сторін скінченного елемента δ/h , де h – характерний розмір спеціального СЕ вздовж поверхні контакту. Тому зменшення співвідношення δ/h може призвести до низької обумовленості матриці жорсткості. Необхідно також зауважити, що зміщення однієї поверхні відносно іншої в зоні контакту веде до появи косокутності. Дослідження впливу косокутності та співвідношення сторін спеціального СЕ на отримання достовірних результатів, які проведені в роботі [2], ілюструють широкі можливості розроблених контактних СЕ.

У випадку відсутності тертя на контактуючих поверхнях спеціальні скінченні елементи сприймають тільки гідростатичний тиск. Дотичні напруження при цьому дорівнюють нулю, що дає можливість вільного ковзання однієї поверхні відносно іншої. Тоді корекція тензора пружних постійних контактних СЕ виконується за формулою (13) з умовою рівності нулю коефіцієнта тертя $f_{fr} = 0$.

Важливою перевагою запропонованого підходу, заснованого на зміні відповідним способом фізико-механічних характеристик матеріалу, є те, що система деформівних тіл апроксимується як єдине неоднорідне тіло за допомогою розроблених типів скінченних елементів. При цьому обчислення коефіцієнтів ефективної матриці жорсткості

спеціального скінченного елемента виконується за тими самими формулами, що і для звичайних СЕ із змінними вздовж направляючих властивостями, обмежуючись тільки корекцією елементів матриць пружних сталей.

Проведено аналіз рівноваги двох тіл обертання, що взаємодіють одне з одним під дією двох зосереджених сил (рис. 7). На лівому торці приймались умови жорсткого защемлення. Механічні характеристики: $E = 2.1 \times 10^5$ МПа, $\nu = 0.3$. Поверхня взаємодії моделювалась спеціальними контактними СЕ.

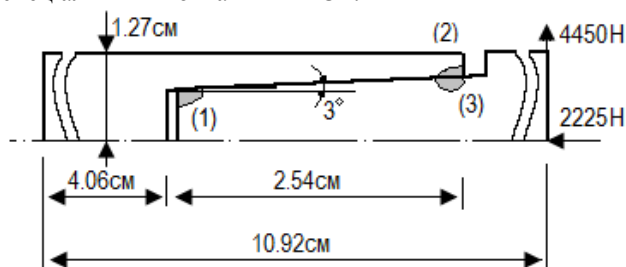


Рисунок 7 – Конфігурації зон контакту

Результати зіставлялись з рішеннями аналогічної задачі на основі НМСЕ та МСЕ з використанням традиційних просторових елементів [9]. Конфігурації зон контакту та області максимальних напружень (1), (2), (3), що отримані на основі [9] та за допомогою запропонованого підходу повністю співпадають. У табл. 1 наведено порівняння значень максимальних напружень, що отримані різними методами.

Таблиця 1 – Значення максимальних напружень

Напруження	НМСЕ [9], МПа	МСЕ [9], МПа	Даний підхід
σ^{11}	-176.20	-241.80	-184.30
σ^{33}	305.30	326.00	302.41
σ^{22}	-333.40	-450.30	-371.24

Порівняння даних показує, що розроблена методика забезпечує достовірне визначення області просторової взаємодії систем тіл і значень контактних напружень.

З метою обґрунтування достовірності результатів розрахунку задач динамічної взаємодії тіл проведено аналіз удару пружного двовимірного стрижня, що має постійний поперечний перетин $t \times h$, об жорстку перешкоду. Стрижень, рухаючись зі швидкістю $V = 1$ м/с, взаємодіє з перешкодою. Геометричні розміри наведені на рис. 8, де висота $h = 0.02$ м, довжина $L = 0.1$ м та товщина $t = 0.001$ м. Фізико-механічні характеристики: модуль пружності $E = 206$ ГПа, щільність матеріалу $\rho = 7800$ кг/м³, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0.3$. Поверхня взаємодії

(лівий торець стрижня) моделювалась спеціальними контактними СЕ. Тертям на ударній поверхні нехтували. Крок за часом брали $\Delta t = 0.4$ мкс.

На рис. 8 представлено розподіл пружних ударних напружень в контрольній точці на відстані 0,035 м від точки контакту.

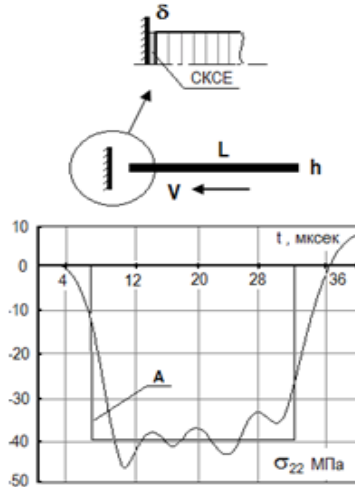


Рисунок 8 – Розподіл пружних ударних напружень

Еталонне рішення отримано на основі теорії одновимірних стрижнів (лінія А). Значення величин напружень добре збігаються з аналітичним рішенням.

Висновки

Розроблені скінченні елементи НМСЕ отримані в рамках просторової задачі динаміки, дають змогу розглядати неоднорідні тіла обертання та призматичні тіла неканонічної форми зі складною формою і структурою поперечного перерізу з урахуванням наявності зон нелінійної роботи матеріалу, контактної взаємодії та великих пластичних деформацій.

При побудові скінченних елементів не накладались обмеження на характер розподілу масових і механічних властивостей матеріалів. Запропоновані СЕ забезпечують достовірне чисельне моделювання конструкцій складної форми без збільшення розмірів дискретних моделей, високу швидкість збіжності результатів до точного і значне скорочення обсягів обчислень, що пов'язані з чисельним інтегруванням.

Список літератури

1. Баженов В.А. Комп'ютерні технології розрахунку просторових конструкцій при статичних і динамічних навантаженнях / В.А. Баженов, М.О. Вабищевич, Ю.В. Ворона, С.О. Пискунов, А.В. Перельмутер, І.І. Солодей. – К.: Каравела, 2018. – 308 с.
2. Баженов В.А. Напіваналітичний метод скінчених елементів в задачах динаміки просторових тіл / В.А. Баженов, О.І. Гуляр, О.С. Сахаров, І.І. Солодей. – К.: Каравела, 2012. – 248 с.
3. Баженов В.А. Чисельне дослідження процесів нелінійного статичного і динамічного деформування просторових тіл / В.А. Баженов, С.О. Пискунов, І.І. Солодей. – К.: Каравела, 2017. – 308 с.
4. Блох В.И. Теория упругости. – Харьков: Изд-во Харьк. ун-та. – 1964. – 483 с.
5. Зенкевич О.С. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
6. Сегерлинд Л.Дж. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
7. Солодей І.І. Базові скінченно-елементні моделі НМСЕ для просторових тіл в задачах динаміки / Solodei I.I. – Опір матеріалів і теорія споруд – К.: КНУБА – Вип. 90. 2012. – С. 122 – 140.
8. Bazhenov V.A. Continuum mechanics: semi-analytical finite element method / Bazhenov V.A., Pyskunov S.O., Solodei I.I. – Cambridge Scientific Publisher, 2018, 236 p.
9. Singh S.P. Elasto-plastic Analysis of Axisymmetric Structures Subject to Arbitrary Loads by Hybrid-Stress Finite Elements / Singh S.P., Spilker R.L. // Comput. and Struct. – 1984. – 19, No 3. – P. 447 – 465.

Стаття надійшла до редколегії 16.09.2019

Солодей Иван Иванович

Доктор технических наук, старший научный сотрудник, профессор кафедры строительной механики, orcid.org/0000-0001-7638-3085

Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев

Вабищевич Максим Олегович

Кандидат технических наук, доцент кафедры строительной механики, orcid.org/0000-0002-0755-5186

Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев

Стригун Руслан Леонидович

Аспирант кафедры строительной механики, orcid.org/0000-0002-1174-5310

Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев

КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНЫЕ МОДЕЛИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ТЕЛ В ЗАДАЧАХ ДИНАМИКИ С УЧЕТОМ БОЛЬШИХ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ

Аннотация. Значительная стоимость натурных экспериментов, а также в некоторых случаях невозможность их проведения из-за сложности моделирования реальных процессов определили широкое распространение математических аналитических и численных методов при расчетах на прочность, особое место среди которых занимает метод конечных

элементов (МКЭ). В рамках полуаналитического варианта МКЭ рассмотрена библиотека конечных элементов для аппроксимации пространственных неоднородных тел вращения и призматических тел неканонической формы в процессах их нестационарного деформирования под действием динамической нагрузки с учетом больших пластических деформаций. Представлены базовые кольцевой и призматический конечные элементы с различными видами граничных условий, на основе которых построены специальные КЭ для моделирования физически нелинейной работы материала и переменных зон контактного взаимодействия. Приведенные тестовые примеры демонстрируют высокую достоверность и эффективность предложенных решений.

Ключевые слова: метод конечных элементов; ряды Фурье; полиномы Лагранжа и Михлина; пластические деформации; геометрическая нелинейность; контактное взаимодействие

Solodei Ivan

Doctor of Technical Sciences, Senior Researcher, Professor of the Department of Building Mechanics, orcid.org/0000-0001-7638-3085
Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

Vabischevich Maksim

Candidate of Technical Sciences, Docent of the Department of Building Mechanics, orcid.org/0000-0002-0755-5186
Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

Stryhun Ruslan

Aspirant of the Department of Building Mechanics, orcid.org/0000-0002-1174-5310
Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

FINITE ELEMENT MODELS OF SPATIAL BODIES IN PROBLEMS OF DYNAMICS WITH LARGE PLASTIC DEFORMATIONS

Abstract. The considerable cost of direct experiments and, in some cases, the impossibility of conducting them due to the complexity of modeling real processes, have determined the wide distribution of mathematical analytical and numerical methods for strength calculations, among which a finite element method (FEM) occupies a special place. In the range of the semi-analytic version of the FEM, a library of finite elements was considered for the approximation of spatial inhomogeneous rotating bodies and prismatic bodies of non-canonical form in the processes of non-stationary deformation under the action of dynamic load, taking into account large plastic deformations. Basic ring and prismatic finite elements with different types of boundary conditions are presented, on the basis of which special FE are constructed to simulate physically nonlinear work of the material and variable zones of contact interaction. The above test examples demonstrate the high reliability and effectiveness of the proposed solutions.

Keywords: finite element method; Fourier series; Lagrange and Mikhlin polynomials; plastic deformation; geometric nonlinearity, contact interaction

References

1. Bazhenov, V.A., Vabishchevych, M.O., Vorona, Y.V., Pyskunov, S.O., Perelmuter, A.V., & Solodei, I.I., (2018). Computer technologies of 3D designs calculation under static and dynamic loads // – Kyiv: Karavela, 308.
2. Bazhenov, V.A., Gulyar, O.I., Solodei, I.I., & Sakharov, O.S., (2012). Semi-analytic finite element method in the problems of the dynamics of spatial bodies. – Kyiv: Karavela, 2012. 248.
3. Bazhenov, V.A., Pyskunov, S.O., & Solodei, I.I., (2017). Numerical study of nonlinear static and dynamic deformation processes of spatial bodies. – Kyiv: Karavela, 308.
4. Blokh V.I. (1964). Theory of elasticity. – Kharkov: Publishing House Kharkov University. 483.
5. Zenkevich O.C. (1975). Finite element method in engineering science. Moscow, Russia: Mir, 541.
6. Segerlind L.J. (1979). The finite element method. – Moscow: Mir, 392.
7. Solodei I.I. (2012). Basic Finite Element Models of SAFEM for spatial bodies in dynamics problems. Strength of Materials and Theory of Structures. – Kyiv: KNUSA, No 90, 122 – 140.
8. Bazhenov V.A., Pyskunov S.O., & Solodei I.I. (2018). Continuum mechanics: semi-analytical finite element method // – Cambridge Scientific Publisher, 236.
9. Singh S.P., & Spilker R.L. (1984). Elasto-plastic Analysis of Axisymmetric Structures Subject to Arbitrary Loads by Hybrid-Stress Finite Elements // Comput. and Struct. 19, No 3. 447 – 465.

Посилання на публікацію

- APA Solodei Ivan, Vabischevich, Maksim, Stryhun, Ruslan, (2019). Finite element models of spatial bodies in problems of dynamics with large plastic deformations. Management of Development of Complex Systems, 39, 87 – 94; dx.doi.org/10.6084/m9.figshare.11340665.
- ДСТУ Солодей І.І. Скінченноелементні моделі просторових тіл в задачах динаміки з урахуванням великих пластичних деформацій [Текст] / І.І. Солодей, М.О. Вабіщевіч, Р.Л. Стригун // Управління розвитком складних систем. – 2019. – №39. – С. 87 – 94; dx.doi.org/10.6084/m9.figshare.11340665.