DOI: 10.32347/2412-9933.2022.51.81-86
УДК 519.6

Безклубенко Ірина Сергіївна
Кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інформаційних технологій проєктування та прикладної математики, *https://orcid.org/0000-0002-9149-4178*
Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ
Гетун Галина В'ячеславівна
Кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри архітектурних конструкцій
https://orcid.org/0000-0002-3317-3456
Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ
Баліна Олена Іванівна
Кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інформаційних технологій проєктування та прикладної математики, *https://orcid.org/0000-0001-6925-0794*
Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ
Буценко Юрій Павлович
Кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математичного аналізу та теорії ймовірності, *https://orcid.org/0000-0003-4806-9587*
Національний технічний університет України «КПІ» ім. Ігоря Сікорського, Київ

ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ МНОЖИНИ ЕФЕКТИВНИХ ЗНАЧЕНЬ КРИТЕРІЇВ У ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ІНЖЕНЕРНОЇ МЕРЕЖІ

Анотація. *Розглянуто математичну модель інженерної мережі, яка ще на стадії проєктування дає змогу врахувати можливість розширення або реконструкції системи у випадку приєднання нових споживачів цільового продукту, яка являє собою двокритеріальну задачу блочного програмування із сепарабельними критеріальними функціями. У пропонованій математичній моделі один критерій відображає потребу мінімізації фінансових витрат на будівництво і експлуатацію мережі з метою забезпечення поставлених під час проєктування потреб в цільовому продукті. Другий критерій відображає потребу мінімізації фінансових витрат на перспективний розвиток системи в майбутньому від досягнутого рівня за умови, що вектор напряму розвитку системи відомий до початку проєктування інженерної мережі. Застосування вектора переваги критеріїв, який допомагає врахувати нерівноцінність обох вартісних критеріїв у побудованій математичній моделі і дає можливість порівнювати критерії різного порядку, дає можливість двокритеріальну оптимізаційну задачу вибору проєкту інженерної мережі, що розвивається, замінити однокритеріальною задачею математичного програмування, не змінюючи множини розв'язків задачі. Сформульовано і досліджено властивості множини ефективних векторів значень критеріїв, яка виникає при розв'язанні однокритеріальної задачі оптимізації вибору варіанта проєкту інженерної мережі при варіації всіх можливих значень вектора переваги критеріїв, що дадуть можливість побудувати діалогові процедури, при виконанні яких буде проводитися апроксимація множини значень критеріїв задачі.*

Ключові слова: інженерна мережа; двокритеріальна оптимізація; вектор переваги критеріїв; ефективна множина; область керованості потоків

Актуальність теми

Основними критеріями якості роботи інженерних мереж будь-якого міста є ефективне використання ресурсів цільового продукту (газу, води, тепла), мала вартість і енергоємність мережі, надійність захисту від аварій та відмов, нормальне функціонування мережі в умовах постійно зростаючого попиту цільового продукту.

Сучасні плани містобудування основані на побудові раціональної структури міської мережі комунального господарства, яка полягає в розчленуванні мережі на підсистеми, кожна з яких є мережею комунального господарства мікрорайону. Мережі мікрорайонів з'єднані між собою однією або декількома магістралями, але можуть функціонувати і автономно. Спроєктована таким чином мережа забезпечує високі показники з точки зору ремонтопридатності і надійності.

Створення сучасних систем такого типу потребує спеціальної організації проєктних робіт. У зв'язку з цим особливої актуальності на сучасному етапі набуває створення систем автоматизації проєктування інженерних мереж. Перед спеціалістами, які проєктують та експлуатують сучасні мережеві системи, стоять задачі проєктування мереж з урахуванням перспективного розвитку мережі [1; 13] пропускної спроможності і можливості оперативного змінення структури і параметрів магістральних та розподільчих мереж в умовах зростаючої потреби в цільовому продукті [14; 15]. У зв’язку з цим виникає необхідність у стислий термін ефективно розв’язувати задачі щодо знаходження ресурсів для інтенсифікації роботи інженерних мереж, вже на стадії проєктування визначати оптимальні характеристики і параметри ліній зв’язку, джерел цільового продукту, регуляторів, визначати можливість ліквідації аварійних ситуацій, визначати функціональні алгоритми роботи мереж в умовах автоматичного управління [8; 12].

Дослідження є розвиненням думок з роботи [17], в якій було сформульовано властивості множини ефективних векторів значень критеріїв і доведено, що множина$P(F) = P(\xi, \eta)$, яка містить в собі всі ефективні вектори значень критеріїв, може бути побудована внаслідок розв’язання однокритеріальної задачі математичного програмування (3); (4); (6) – (9) при варіації всіх можливих значень вектора переваги критеріїв (ξ, η) методом зведення двокритеріальної задачі лінійного блочного програмування із сепарабельними критеріальними функціями

$$y = \sum_{j\in N^h} \frac{\alpha_{1j}}{\overline{\overline{h}}_j^l} + \sum_{j\in N^\alpha} \alpha_{2j}\overline{h}_j \to \min; \quad (1)$$

$$z = \sum_{j\in N^h} \frac{\beta_{1j}}{\overline{\overline{h}}_j^l} + \sum_{j\in N^h} \frac{\beta_{2j}}{\overline{\overline{h}}_j^l} + \sum_{j\in N^\alpha} \beta_{3j}\overline{\overline{h}}_j^l \to \max. \quad (2)$$

При обмеженнях

$$\overline{B}\overline{h} = 0, \overline{B}\overline{h} = 0, \quad (3)$$

$$\overline{h} \in \overline{H}, \ \overline{h} \in \overline{H}, \quad (4)$$

де $\alpha_{1j} = A_{1j}B_{2j}$, $\alpha_{2j} = \dfrac{B_{1j}}{B_{2j}}$, $\beta_{1j} = A_{1j}B_{4j}$,

$\beta_{2j} = -A_{1j}B_{2j}$, $\beta_{3j} = \dfrac{B_{3j}}{B_{4j}}$ до однокритеріальної задачі сепарабельного математичного програмування

$$X \to min \quad (5)$$

при обмеженнях (3), (4) і додаткових обмеженнях:

$$\sum_{j\in N^h} \frac{\alpha_{1j}}{\overline{h}_j^l} + \sum_{j\in N^\alpha} \alpha_{2j}\overline{h}_j - \frac{y^{max} - y^{min}}{\xi} x \le y^{min}, \quad (6)$$

$$\sum_{j\in N^h} \frac{\beta_{1j}}{\overline{\overline{h}}_j^l} + \sum_{j\in N^h} \frac{\beta_{2j}}{\overline{\overline{h}}_j^l} + \sum_{j\in N^\alpha} \beta_{3j}\overline{\overline{h}}_j^l - \frac{z^{max} - z^{min}}{\eta} \le z^{min}, \quad (7)$$

$$x \in [0, \ 1].$$

Мета статті

Метою роботи є дослідження таких властивостей множини значень критеріїв задачі оптимізації інженерної мережі, яка описана математичною моделлю (1) – (4) [7; 11], знання яких дає найбільш повну інформацію для побудови діалогових процедур, при виконанні яких буде проводитися апроксимація множини значень критеріїв задачі.

Виклад основного матеріалу

Область керованості потоків є важливою характеристикою мережі, що проєктується. Для мережі, яка декомпозується, область керованості в автономних підграфах визначається діапазоном змін потоків у дугах, які зв'язують автономні підграфи мережі при всіх можливих розподілах потоків системи [2; 3].

Заданий вектор переваги критеріїв дає змогу знайти розв’язок багатокритеріальної задачі оптимізації (1) – (4) при розв’язанні однокритеріальної задачі (6) – (9) [4; 8]. При цьому виникає необхідність у побудові збіжної процедури пошуку бажаного для проєктувальника рішення.

Для побудови збіжної процедури прийняття проєктного рішення інженерної мережі, що розвивається, введемо позначення і визначимо основні властивості множини значень критеріїв задачі (1) – (4).

Відомо [6; 8], що множина D⊆En називається опуклою, якщо вона разом з двома довільними точками містить і відрізок прямої, яка їх з’єднує, тобто якщо $(\lambda x+(1-\lambda)x_1)\in D$, то для будь-яких значень $(x, x_1) \in D$ і $\lambda\in[0,1]$.

Розглянемо узагальнення для деякої неопуклої множини F.

Множина $F \subseteq E^2$ називається ефективно опуклою, якщо опукла множина $F_* = F + E^2_{\geq}$ отримана з множини F додаванням в кожній її точці невід’ємного квадранта $F^2_{\geq}$.

Нехай числова функція f визначена на опуклій множині $D \subseteq E^n$. Цю функцію називають увігнутою, якщо для будь-якої λ ∈ [0,1] і для будь-яких $(x, x1) \in D$ виконується нерівність

$f(\lambda x + (1-\lambda)x1) \geq \lambda f(x) + (1-\lambda) f(x^1)$.

Зазначимо, що F_* опукла, а множина F – ефективно опукла [17].

Стверджують [1; 9], що вектор значень критеріїв (y^0, z^0) називається ефективним, якщо не існує вектора значень критеріїв (y,z) такого, що $y \leq y^0,\ z \leq z^0$ і хоча б одна з цих нерівностей строга.

Позначимо через $P(F) \subseteq F$ множину ефективних векторів значень критеріїв двокритеріальної задачі (1)–(4). Нехай $X(\xi, \eta)$ – множина оптимальних рішень однокритеріальної задачі математичного програмування (3), (4), (6) – (9), кожний елемент

$$h(\xi,\eta) = \left(\overline{h_j^l(\xi,\eta)}_{j \in N},\ \overline{\overline{h_j^l(\xi,\eta)}}_{j \in N} \right)$$ якого

визначено значенням вектора переваги критеріїв (ξ, η). Нехай

$$P(\xi,\eta) = \{(y,z)\}:$$

$$y = \sum_{j \in N^h} \frac{\alpha_{1j}}{\overline{h_j^l}(\xi,\eta)} + \sum_{j \in N^\alpha} \alpha_{2j} \overline{h_j}(\xi,\eta),$$

$$z = \sum_{j \in N^h} \frac{\beta_{1j}}{\overline{\overline{h_j^l}}(\xi,\eta)} + \sum_{j \in N^h} \frac{\beta_{2j}}{\overline{\overline{h_j^l}}(\xi,\eta)} + \sum_{j \in N^\alpha} \beta_{3j} \overline{\overline{h_j^l}}(\xi,\eta).$$

$(\xi, \eta) \in X(\xi, \eta)$ – множина значень критеріїв (1) – (2) визначена на множині $X(\xi, \eta)$ і відомо, що множини *P(F)* і $P(\xi, \eta)$ збігаються, тобто $P(F) = P(\xi, \eta)$ [12; 17].

Причому, як доведено [17], множина ефективних векторів значень критеріїв задачі математичного програмування (1) – (4), яка збігається з множиною $P(\zeta, \eta)$, лежить на південно-східній границі ефективно опуклої множини F значень критеріїв (1), (2).

Зв'язок між множиною значень критеріїв F і $P(\xi, \eta)$ встановлює така теорема.

Теорема 1. Якщо множина $P(\zeta, \eta) \neq \emptyset$, то $P(\xi, \eta) = F \cap F_r(F_*)$, де через $F_r(F_*)$ позначена границя множини $F_* = F + E^2_{\geq}$.

Доведення. Враховуючи, що $P(F) = P(\xi, \eta)$ [2; 3] достатньо показати, що $P(\xi, \eta) = F \cap F_r(F_*)$.

Нехай вектор значень критеріїв (y^0, z^0) є ефективним, тобто $(y^0, z^0) \in P(F)$.

Якщо $(y^0, z^0) \notin P(F)$, то знайдеться вектор (y^1, z^1), для якого $y^1 \leq y^0$, $z^1 \leq z^0$, і хоча б одна нерівність строга.

Але оскільки $(y^1, z^1) \in F_*$, то $(y^1, z^1) = (y, z) + e$, для деяких $(y, z) \in F$ і $e \in E^2_{\geq}$.

Тому $y^1 \leq y^0$, $z^1 \leq z^0$, що суперечить $(y^0, z^0) \notin P(F)$.

Навпаки, нехай $(y^0, z^0) = F \cap F_r(F_*)$. Якщо $(y^0, z^0) \notin P(F)$, то існує вектор $(y, z) \in F$такий, що $y \leq y^0$, $z \leq z^0$і хоча б одна нерівність строга, а це суперечить умові $(y^0, z^0) \in P(F_*)$. Теорема доведена.

Наявність у двокритеріальній задачі математичного програмування (1) – (4) двосторонніх обмежень (4) на значення змінних $\bar{h}_j$, $\bar{\bar{h}}_j$, $j \in N$, за умов $\bar{h}_j > 0$, $\bar{\bar{h}}_j > 0$, $j \in N$, визначених із фізичного змісту завдання, визначають обмеженість значень її критеріальних функцій (1), (2).

Нехай y^{min}, y^{max}, і z^{min}, z^{max} – відповідно мінімум і максимум критеріальних функцій (1), (2). Має місце така теорема.

Теорема 2. Якщо вектор значень критеріїв $(y^0, z^0) \in P(F)$ і

$y^0 = max_{(y,z) \in P(F)}\, y \left(y^0 = min_{(y,z) \in P(F)}\, y\right)$, то

$z^0 = max_{(y,z) \in P(F)}\, z \left(z^0 = min_{(y,z) \in P(F)}\, z\right)$.

Доведення.

Припустимо, що

$$z^0 > min_{(y,z) \in P(F)}\, z * \left(z^0 < max_{(y,z) \in P(F)}\, z\right).$$

Тоді знайдеться вектор значень критеріїв $(y^1, z^1) \in P(F)$ такий, що $z^0 > z^1 (z^0 < z^1)$.

Внаслідок ефективності y^1 мають місце нерівності $y^0 > y^1 (y^0 < y^1)$, які протирічать умові теореми, що завершують доведення.

Отже, на основі доведених теорем можна стверджувати, що множина ефективних векторів значень критеріїв задачі математичного програмування (1) – (4) лежить на південно-східній границі ефективно-опуклої множини F значень критеріїв (1); (2), що збігається з множиною $P(\xi, \eta)$ і крайні точки якої мають координати відповідно (y^{min}, z^{max}) і (y^{max}, z^{min}) в двовимірному просторі E^2 значень критеріїв [2; 3].

Для ілюстрації властивостей множини ефективних векторів значень критеріїв розглянемо приклад на рисунку.

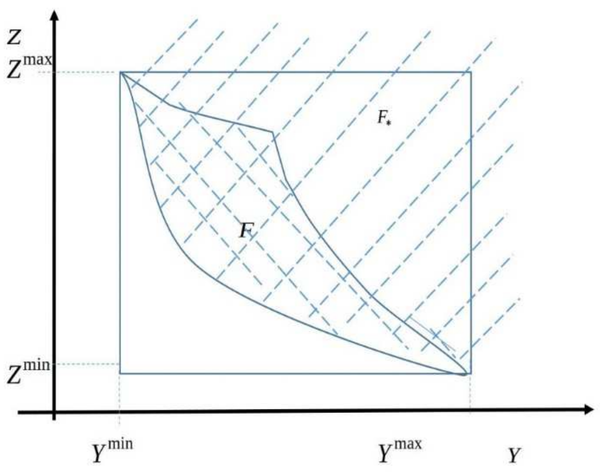

Рисунок – Множина ефективних векторів значень критеріїв(ξ,η)

Множина значень критеріїв (1), (2) позначена подвійним штрихуванням. Опуклу множину F_* , отримано з F додаванням до кожної його точки позитивного квадранта $E^2_{\geq}$. Південно-східна границя множини F, яка визначається перетином$F \cap F_r(F_*)$, позначена суцільною лінією і містить всі ефективні вектори значень критеріїв, утворюючи множину $P(F) = P(\xi,\eta)$, яка може бути побудована в результаті розв'язання однокритеріальної задачі математичного програмування (1) – (4) при варіації усіх значень векторів перевага критеріїв(ξ,η).

Очевидно, що, з одного боку, знання множини ефективних векторів значень критеріїв дає повну інформацію для прийняття єдиного прийнятного проєктного рішення інженерної мережі, що розвивається, з іншого боку, побудова цієї множини в явному вигляді майже нездійсненна. Тому доцільно апроксимувати множину ефективних векторів значень критеріїв (ξ,η) із заданою точністю.

Висновки

Сформульовано властивості множини ефективних векторів значень критеріїв.

Доведено, що множина $P(F) = P(\xi,\eta)$, яка містить у собі всі ефективні вектори значень критеріїв, може бути побудована внаслідок розв'язання однокритеріальної задачі математичного програмування (3), (4), (6) – (9) при варіації всіх можливих значень вектора переваги критеріїв.

Отримані результати можуть бути використані при побудові діалогових процедур.

Знання властивостей множини значень критеріїв дає змогу побудувати діалогові процедури, при виконанні яких буде проводитися апроксимація множини значень критеріїв задачі. Це, по-перше, дасть можливість (ЛПР) користуватися графічним зображенням (наприклад на екрані дісплея) множини значень критеріїв при принятті рішення, по-друге, при заданій (ЛПР) точності значень критеріїв, починаючи з деякого шага процедури, розв'язок двокретерільної задачі (1) – (4) може бути отриманим у двовимірному просторі критеріїв або графічно, або при розв'язанні оптимізаційної задачі математичного програмування лише з двома змінними, що значно простіше за розв'язання початкової вихідної задачі.

Список літератури

1. Енергетична стратегія України на період до 2035 р.: розпорядження Кабінету Міністрів України від 18 серпня 2017 р., No 605-р. URL: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/605-2017-%D1%80#Text.
2. Михайлевич В. С., Волкович В. Л. Вычислительные методы исследовния и проектирования сложных систем.Москва, 1982. 286 с.
3. Михайленко В. М., Анпілогов Ю. В., Кошарна Ю. В. Застосування функціонально – динамічних схем для моделювання інженерної мережі водопостачання міста. *Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки.* 2007. № 27. С. 8–13.
4. Евдокімов А. Т., Термиев А. Д, Дубровский В. В. Моделирование и оптимизация потокораспределения в инженерных сетях. Москва, 1990. 368 с.
5. Безклубенко І. С. До питання вибору оптимального виробництву інженерної мережі. *Математика в сучасному університеті*: тези доповіді IV міжнар. наук.-практ .конф., м. Київ, грудень 2015. С. 19–21.
6. Безклубенко І. С., Баліна О. І. Завдання вектору напрямку розвитку інженерної мережі. *Математика в сучасному університеті:* тези доповіді V міжнар. наук.-практ .конф., м. Київ, грудень 2016. С. 25–27.
7. Ху Те. Целочисленное программирование и потоки в сетях. Москва, 1972. 240 с.
8. Безклубенко І. С. Завдання вектору переваги критеріїв при виборі варіанта проекту інженерної мережі *Управління розвитком складних систем.* 2017. № 30. С. 132–135.
9. Юдин Д. Ю., Гольштейн Е. Г. Линейное программирование: Теория, методы, приложения. Москва, 2005. 487 с.
10. Подиновский В. В., Ногин В. Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. Москва, 2002. 256 с.
11. Предум К. М. Аналіз стану інженерних мереж та можливостей їх використання для потреб теплопостачання населених пунктів України. *Вентиляція, освітлення та теплогазопостачання.* 2012. № 16. С. 67–71.
12. Безклубенко І. С. Методи ранжування критеріїв в задачі оптимізації потокорозподілу інженерної мережі.*Управління розвитком складних систем*. 2018. № 34. С. 111–114.

13. Полтораченко Н. І. Задача розміщення регуляторів подачі цільового продукту при проектуванні інженерних мереж. Управління розвитком складних систем. 2019. No 40. С. 129–133; dx.doi.org\10.6084/m9.figshare.11969067.

14. Полтораченко Н. І. Моделювання початкового етапу проєктування інженерної мережі. *Управління розвитком складних систем.* Київ, 2021. № 45. С. 97 – 101, dx.doi.org\10.32347/2412-9933.2021.45.97-101.

15. Безклубенко І. С. Визначення області керованості потоків в автономних підграфах декомпозуємої інженерної мережі. *Управління розвитком складних систем.* 2019. № 38. С. 33–36.

16. Безклубенко І. С., Баліна О. І. Дві моделі управління інженерною мережею в аварійній ситуації. *Техніка будівництва. Академія будівництва України,* Київ. 2017. № 38. С. 79–81.

17. Безклубенко І. С., Гетун Г. В., Баліна О. І., Буценко Ю. П. Властивості множини значень критеріїв у задачі оптимізації потокорозподілу інженерної мережі, що розвивається. *Управління розвитком складних систем*. Київ, 2021. № 45. С. 182 – 186, dx.doi.org\10.32347/2412-9933.2021.45.182–186.

Стаття надійшла до редколегії 22.09.2022

Bezklubenko Iryna
Ph.D. (Eng.), AssociateProfessor, Department of Information technologies of Design and applied mathematics department, *https://orcid.org/0000-0002-9149-4178*
Kyiv national university of construction and architecture, Kyiv
Getun Galyna
Ph.D., Professor Department of architectural constructions, *https://orcid.org/0000-0002-3317-3456*
Kyiv national university of construction and architecture, Kyiv
Balina Olena
Ph.D.(Eng.), AssociateProfessor, Department of Information technologies of Design and applied mathematics department, *https://orcid.org/0000-0001-6925-0794*
Kyiv national university of construction and architecture, Kyiv
Butsenko Yurii
Ph.D. (Physics-Mathematics), Associate Professor, Department of mathematical analysis and probability theory, *https://orcid.org/0000-0003-4806-9587,*
Igor Sikorsky Kyiv Politechnic Institute, Kyiv

RESEARCH PROPERTIES SETS OF EFFECTIVE CRITERIA VALUES IN THE OPTIMIZATION PROBLEM ENGINEERING NETWORK

Abstract. *The problem of choosing a project for a developing engineering network is considered. A mathematical model of a developing engineering network, which even at the design stage allows us to take into account the possibility of expanding or reconstructing the system in case new customers are added to the target product, which is a two-criteria block programming problem with separable criterion functions. In the proposed mathematical model, the first criterion reflects the need to minimize financial costs construction and operation of the network, in order to ensure portability of the target product delivered at the time of designing. The second criterion expresses the requirement of minimizing financial costs for the future development of the system in the future from the achieved level, provided that the vector of the system's development is known before the engineering network design starts. Taking into account the criteria preference vector, which allows you to take into account the inequality of both cost criteria in the constructed mathematical model and makes it possible comparing criteria of different orders makes it possible to replace the two-criterion optimization problem of choosing a project of a developing engineering network with a single-criterion mathematical programming problem without changing the set of solutions to the problem. The properties of the set of effective vectors of criteria values, which arise when solving a single-criteria optimization problem of choosing an engineering network project variant with a variation of all possible values of the criteria preference vector, have been formulated and investigated, which will make it possible to build dialogue procedures, during the execution of which the approximation of the set of values of the problem criteria will be carried out.*

Keywords: engineering network; two-criteria optimization; vector advantages criteria; ranging

References

1. Energy strategy of Ukraine for the period up to 2035. (2017). Order of the Cabinet of Ministers of Ukraine dated August 18, 2017, No 605-r. [Electronic source]. URL: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/605-2017-%D1%80#Text
2. Mikhaylevich, V. S., Volkovich, V. L. (1982). Computational methods of research and design of complex systems, 286.
3. Mikhailenko, V. M., Ampilogolov, A. P., Kosharna, Yu. V. (2007). Application of Functional-Dynamic Circuits for Modeling the Urban Water Supply Network Engineering. *Problems of water supply, drainage and hydraulics,* 27, 8–13.
4. Evdokimov, A. T., Termiev, A. D., Dubrovsky, V. V. (1990). Modeling and optimization of flow distribution in engineering systems, 368.

5. Bezklubenko, I. S. (2015). On the question of choosing the optimal production engineering network. *Mathematics in modern university:* theses of 4 th international n.-t. Conference, 19–21.

6. Bezklubenko, I. S., Balina, O. I. (2016). Problems of the vector of the direction of development of the engineering network. *Mathematics at a modern university*: abstracts of the report on the V. scientific - practical konf., 25–27.

7. Hu, Te. (1972). Integer programming and streams in networks, 240.

8. Bezklubenko, I. S. (2017). The task of the vector of advantage of the criteria when choosing a variant of the project engineering network. *Management of the Development of Complex systems*, 30, 132–135.

9. Yudin, D. Yu., Holstein, E. G. (2005). Linear programming: Theory, methods, applications, 487.

10. Podinovsky, V. V., Nogin, V. D. (2002). Pareto-optimal solutions to multicriteria problems, 256.

11. Predun, K. M. (2012). Analysis of the state of engineering networks and their possibilities for heat supply needs of settlements of Ukraine. *Ventilation, lighting and heat-and-gas supply,*16, 67–71.

12. Bezklubenko, I. S. (2018). Methods of ranking criteria in the task of optimizing the flow rate of the engineering measure. *Management of the Development of Complex systems*, 34, 111–114.

13. Poltorachenko, N. I. (2019). A task of placing of regulators of the whole product at the design of the engineering network. *Management of development of complex systems*, 40, 129–133. dx.doi.org\10.6084/m9.figshare.1196906.

14. Poltorachenko, N. I. (2021). Simulation of the initial stage of the engineering network design. *Management of Development of Complex Systems*, 45, 97–101. dx.doi.org\10.32347/2412-9933.2021.45.97-101.

15. Bezklubenko, I. C., Balina, O. I. (2019). Determining the domain of controllability of flows in autonomous subgraphs of a decomposable engineering network. *Management of the Development of Complex systems,* 38, 33-36.

16. Bezklubenko, I. C., Balina, O. I. (2017). Two models of management of an engineering measure in an emergency situation. *Technique of Building,*38, 79–81.

17. Bezklubenko, Iryna, Getun, Galyna, Balina, Olena & Butsenko, Yurii. (2021). Properties of the set of values of criteria in the problem of optimization of flow distribution of the developing engineering network. *Management of Development of Complex Systems*, 45, 182–186. dx.doi.org\10.32347/2412-9933.2021.45.182-186

Посилання на публікацію

APA Bezklubenko, Iryna, Getun, Galyna, Balina, Olena & Butsenko, Yurii. (2022). Research properties sets of effective criteria values in the optimization problem engineering network. *Management of Development of Complex Systems*, 51, 81–86, dx.doi.org\10.32347/2412-9933.2022.51.81-86 [in Ukrainian].

ДСТУ Безклубенко І. С., Гетун Г. В., Баліна О. І., Буценко Ю. П. Дослідження властивостей множини ефективних значень критеріїв у задачі оптимізації інженерної мережі. *Управління розвитком складних систем*. 2022. № 51. С. 81 – 86, dx.doi.org\10.32347/2412-9933.2022.51.81-86.