УДК 681.128.43

Р.К. Мурасов, Ю.А. Дзюбенко

Національний університет оборони України, м. Київ

ПРОГНОЗУВАННЯ СТАНУ СКЛАДНИХ СИСТЕМ В СУЧАСНИХ СИСТЕМАХ УПРАВЛІННЯ ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ

Проведено аналіз існуючих методів екстраполяції для прогнозування випадкових процесів, стану складних систем. Особлива увага приділена вибору оптимального у середньоквадратичному сенсі методу. Показано, що перспективним напрямом є канонічний розклад випадкового процесу.

Ключові слова: стан складних систем, випадкові процеси, екстраполяція, прогнозування, канонічний розклад, марковські процеси

Постановка проблеми

В сучасних системах управління діяльністю потрібна інформація для прийняття рішення щодо майбутніх дій чи оцінки обстановки що складеться. Іншими словами – прогнозування. Існує багато методів прогнозу. Це і методи моделювання, експертні системи і методи екстраполяції. Оскільки об’єкти прогнозу мають власні властивості і обмеження, найбільш доцільним буде метод, який має найменші залежності та обмеження. Цей метод повинен враховувати інші необхідні складові процесу. Також необхідно врахувати, щоб цей метод був оптимальним у середньоквадратичному сенсі.

Мета статті

Метою даної статті є проведення аналізу існуючих методів екстраполяції для оптимального застосування при прогнозуванні процесів в управлінні складними процесами.

В ряді робіт [1-6] показано, що випадковий процес зі значною післядією практично завжди може бути зведений до багатовимірного марковського процесу і таким чином задача прогнозування в теоретичному вигляді може бути зведена до задачі екстраполяції реалізації марковського випадкового процесу. До основоположних в цій області належить робота [7], де отримано диференціальне рівняння, що визначає імовірність $P_\gamma(t,\overline{X}_0)$ досягнення реалізацією марковського процесу, що досліджується, деякої заданої межі γ за умови, що в початковий момент часу t=0 випадкова точка знаходилась у фіксованій відомій точці $\overline{x}_0$.

У роботі [8] А.Н. Колмогоровим отримано диференційне рівняння для щільності імовірності переходу $\overline{\pi}(\overline{X},t/\overline{X}',t')$, що характеризує імовірність переходу марковського випадкового процесу з точки $X=\{X_1',\dots,X_n'\}$, в область $\overline{X}+d\overline{X}=\{X_1+dX_1,\dots,X_n+dX_n\}$ за проміжок часу $t-t'>0$

$$\frac{\sigma}{\sigma t}(\overline{X},t/\overline{X}_0,t_o)=-\sum_{i=1}^{n}\frac{\sigma}{\sigma X_1}[a_1(\overline{X},t)\pi(\overline{X},t/\overline{X}_0,t_0)]+ \\ +\frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n}\frac{\sigma^2}{\sigma X_i\sigma X_j}[b_{ij}(\overline{X},t)\pi(\overline{X},t/\overline{X}_0,t_o)] \quad ,(1)$$

де $a_i(\overline{X},t)=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\left(\frac{1}{\Delta t}\right)M\left\{(X_i(t+\Delta t)-X_i(t))/\overline{X}(t)\right\}$

коефіцієнти зносу;

$$b_{ij}(\overline{X},t)=\lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{1}{\Delta t}\right)M\begin{Bmatrix}[X_i(t+\Delta t)-X_i(t)]\\ [X_j(t+\Delta t)-X_j(t)]/\overline{X}(t)\end{Bmatrix} -$$

коефіцієнти дифузії.

Таким чином, для марковського випадкового процесу, який вимірюється без похибок, існую повне рішення задачі прогнозу. На жаль, для нашого випадку таке пряме рішення мало корисне в зв’язку з обмеженням на клас процесів і не врахуванням похибок вимірювань.

Задача екстраполяції за наявності похибок вимірювань розглядається в літературі як частий випадок задачі фільтрації. Найбільш розповсюдженим методом лінійної фільтрації реалізації марковського випадкового процесу є фільтр Калмана-Бюсі [9-11]. Як показано в роботі [12;13], лінійний зв'язок між досліджуваними випадковим процесом $\overline{X}$ (t) і процесом вимірювання $\overline{Z}(t)$ – одна з умов, за якої загальне рівняння нелінійної фільтрації Р.Л. Стратоновича зводиться до рівняння оптимальної лінійної фільтрації Калмана-Бюсі. Другою умовою є вимога, щоб випадковий процес $\overline{X}$ (t) підпорядкувався лінійному диференційному рівнянню першого порядку:

$$\frac{d\overline{X}(t)}{dt} = A(t)\overline{X}(t) + G(t)\overline{\vartheta}(t), \qquad (2)$$

де $\overline{\vartheta}(t)$ – m - мірний вектор управління, A(t) і G(t) – nxn і nxm матриці, елементи яких - безперервні функції часу. Матриця A(t) визначає динаміку систем, а матриця G(t) – діючі на її входи збурення. На виході системи спостерігається процес $\overline{Z}(t) = H(t)\overline{X}(t) + \overline{V}(t)$, де $H(t)$ – матриця розміром pxn, що описує процес спостерігання; $\overline{V}(t)$ - білий шум похибки спостерігання. Припускається, що статистичні властивості шуму, що формується $\overline{\vartheta}(t)$ і шум спостерігання $\overline{V}(t)$ відомі :

$M[\overline{\vartheta}(t)] = 0, M[\overline{V}(t)] = 0, M(\overline{\vartheta}(t_1)\overline{\vartheta}(t_2)] = U\delta(t_2 - t_1),$
$M[V(t_1)\overline{V}(t_2)] = N\delta(t_2 - t_1),$

де U та N – симетричні невід'ємні визначені матриці розмірів mxm та pxp.

В обсязі цієї моделі розв'язана задача, де по відрізку, що спостерігається $\overline{Z}(t)$, $t_1 \le t \le t_k$ знайти оцінку $\hat{\overline{x}}(t_i), t_i > t_k$ майбутнього значення процесу $\overline{X}$ (t).

При цьому на першому етапі розв'язується задача оптимальної середньоквадратичної фільтрації, для оцінки $\hat{\overline{X}}(t), t = t_k$, що знаходиться як розв'язок диференційного рівняння:

$$\frac{d}{dt}\hat{\overline{X}}(t) = A(t)\hat{\overline{X}} + B(t)[\overline{Z}(t) - H(t)\hat{\overline{X}}(t)], \hat{\overline{X}}(t_1) == M[\overline{X}(t_1)].$$
(3)

Матричний коефіцієнт B(t) визначається зі співвідношення:

$$B(t) = R(t)H^T(t)N^{-1},$$

де R(t) – (nxn) – матриця кореляції вектора похибки фільтрації.

Найкраща лінійна оцінка $\hat{\overline{X}}(t_i), t_i > t_k$ знаходиться як $\hat{\overline{X}}(t_i) = \Phi(t_i, t_k)\hat{\overline{X}}(t_k), t_i > t_k$, де $\Phi(t_i, t_k)$ – перехідна матриця, що задовольняє рівнянню:

$$\frac{d}{dt}\Phi(t, t_1) = A(t)\Phi(t, t_1); \Phi(t_1, t_1) = I,$$

де I – одинична матриця.

Метод Калмана-Бюсі має такі переваги:

– фільтр являє собою рекурентний алгоритм обчислення вектора стану динамічної системи;

– оцінка вектора стану є лінійною відносно вимірювань;

– параметри алгоритму оцінки вектора стану не залежать від результатів вимірювань і можуть бути обчислені попередньо.

Таким чином, врахувавши можливість зведення випадкового процесу зі значною післядією до марковського випадкового процесу, задача прогнозування може розглядатися як задача екстраполяції реалізації марковського випадкового процесу, для якої існує ряд рішень. Однак при цьому різко зростає складність даних рішень, оскільки наведений марковський випадковий процес є багатовимірним [2].

Іншим можливим підходом до розв'язання задачі прогнозування є прийняття уявлення про те, що випадковий процес, який досліджується, може бути представлений у вигляді:

$$\overline{X}(t) = \overline{m}(t) + \overline{\sigma}(t)\overline{\varsigma}(t), \qquad (4)$$

де $\overline{m}(t)$ і $\overline{\sigma}(t)$ – відповідно математичне сподівання і середньоквадратичне відхилення процесу $\overline{X}$ (t), а $\overline{\varsigma}(t)$ – стаціонарний випадковий процес з нульовим математичним сподіванням і одиничною дисперсією.

Такий процес називається зводимим до стаціонарного [15-16] і для нього буде вірний апарат екстраполяції реалізацій стаціонарного процесу.

Перше розв'язання останньої задачі надано А.Н. Колмогоровим [16] для стаціонарної випадкової послідовності X(i), M[X(i)]=0, $-\infty < i < +\infty$. Вважається відомим ряд значень цієї послідовності x(i-1),x(i-2),…,x(i-k). Задача лінійної екстраполяції на m кроків уперед зводиться до підбору таких коефіцієнтів a_j, за яких лінійна оцінка:

$$\hat{x}(i+m) = a_1x(i-1) + a_2x(i-2) + \ldots + a_kx(i-k) \qquad (5)$$

забезпечувала б мінімум середнього квадрату похибки наближення:

$$\sigma^2(k,m) = M[\left|X(i+m) - \hat{X}(i+m)\right|^2]. \qquad (6)$$

З умови мінімуму (6) при відомій кореляційній функції послідовності X(i) значення коефіцієнтів a_j знаходяться стандартними методами.

Хоча у роботі [16] не складався оператор прогнозування у явному вигляді, розвинуті у неї ідеї використовувалися основою у ряді робіт, які розглядають можливості застосування даного методу у різних практичних випадках. Ряд випадків, отриманих в цьому напрямі, наведений у роботі [17].

В роботі [18] дається узагальнення теорії А.Н. Колмогорова на випадок векторних стаціонарних послідовностей.

Ще одним основоположним методом екстраполяції реалізації стаціонарного випадкового процесу є метод Вінера [19-21]. Оптимальна у середньоквадратичному сенсі оцінка майбутніх значень $\hat{\bar{X}}(t_k + t_э)$ векторного випадкового процесу $\bar{X}$ (t) в даному методі, з використанням випадкового процесу спостерігання

$$\bar{Z}(t_k - \tau) = \bar{X}(t_k - \tau) + \bar{Y}(t_k - \tau), 0 \le \tau \le t_k ,$$

де $\bar{Y}(t_k - \tau)$ – випадковий процес похибок вимірювань, що визначаться інтегралом згортки:

$$\hat{\bar{X}}(t_k + t\ \ ) = \int_0^{t_k} H(\tau + t\ \ )\bar{Z}(t\ \ - \tau)d\tau, \qquad (7)$$

де H(t) – імпульсна характеристика оптимального фільтра – екстраполятора, яка знаходиться з інтегрального рівняння:

$$\int_0^{t_k} H(\tau' + t_э) Rz(\tau - \tau')d\tau' = R_{XZ}(\tau + t_э) . \qquad (8)$$

У рівнянні (8) $R_z(\tau)$ - кореляційна матриця процесу $\bar{Z}(t)$; $R_{XZ}(\tau)$ – взаємна кореляційна матриця процесів $\bar{Z}(t)$ і $\bar{X}$ (t).

Подальшим розвитком ідеї вінеровської фільтрації – екстраполяції реалізацій стаціонарного процесу є метод А.Н. Скляревича [22]. На відміну від запропонованого Вінером розв’язку рівняння (8) за допомогою перетворення Фур’є у методі Скляревича, дане рівняння розв’язується за допомогою перетворення Лапласа.

Одним з таких методів екстраполяції реалізацій стаціонарного випадкового процесу, що набув широкого застосування в області електричних мереж, є метод Боде-Шенона [23]. За цим методом пристрій прогнозування реалізації стаціонарного випадкового процесу X(t), результат вимірювання якого являє собою адитивну суміш X(t) і шуму Y(t), складається з двох послідовно з’єднаних операторів. Перший перетворює сигнал що спостерігається у білий шум, а другий – з цього білого шуму прогнозує вхідний сигнал. При цьому перший оператор являє собою фільтр з частотною характеристикою $p_1(\omega)$ для посилення

$$(S_x(\omega) + S_y(\omega))^{-1/2} ,$$

де $S_x(\omega)$ і $S_y(\omega)$ – відповідно спектральні щільності процесів X(t) і Y(t). При цьому $p_1(\omega)$, що розглядається як функція комплексної змінної ω, повинна бути аналітичною функцією у півплощині $\mathrm{Im}(\omega) < 0$, і вести себе на дійсній осі так, щоб інтеграл $\int_0^{\infty} \frac{Log|p_1\omega|}{1+\omega^2} d\omega$ був скінченним (фільтр має бути фізично дійсним).

Другий оператор являє собою фільтр з частотною характеристикою

$$p_2(\omega) = p_1^{-1}(\omega) \frac{S_x(\omega)}{S_y(\omega) + S_x(\omega)} .$$

Отже, розв’язання задачі екстраполяції досліджуваного випадкового процесу з використанням представлених методів може бути здійснене без особливих труднощів, однак у визначених межах на випадковий процес, що прогнозується. Основними з цих обмежень є уявлення про те, що процес, є або марковським, або представлений у вигляді (4) (тобто зведений до стаціонарного випадкового процесу). Крім того, слід відмітити, що використання існуючих рішень для стаціонарних випадкових процесів пов’язано зі значними обчислювальними незручностями, оскільки ці рішення, як правило, виражаються у спектральних термінах [29].

Найбільш універсальним, з точки зору відсутності обмежень на клас випадкових процесів і зручним для обчислення (що є важливим з урахуванням обмежень бортової обчислювальної техніки) є метод екстраполяції [24-27], що базується на канонічному розвиненні Пугачова [14; 28]. Дане розвинення в дискретному ряді точок t_1, $i = \overline{1, I}$ випадкового процесу що досліджується $\bar{X}$ (t), має вигляд:

$$X_h = m_h(i) + \sum_{\lambda=1}^{h} \sum_{\upsilon=1}^{i} V_{\upsilon}^{(\lambda)} \varphi_{h\nu}^{(\lambda)}(i), h = \overline{1, H} , \qquad (9)$$

де $\varphi_{h\nu}^{(\lambda)}(i)$ – невипадкові координатні функції, що визначаються як:

$$\varphi_{h\nu}^{(\lambda)}(i) = \frac{1}{D_{\nu}^{(\lambda)}} M[\overset{0}{X}_h(i) V_{\nu}^{(\lambda)}], \ \varphi_{h\nu}^{(\lambda)}(i) = 0$$

при $i > \nu$ або $\lambda > h$; (10)

$\varphi_{h\nu}^{(\lambda)}(i) = 1$ при $h = \lambda$ і $\nu = i$;

$V_{\nu}^{(\lambda)}$ - випадкові коефіцієнти, що мають такі властивості :

M[$V_{\nu}^{(\lambda)}$]=0, M[$V_{\nu}^{(\lambda)}$ $V_{\mu}^{(\varsigma)}$]=0 при невиконанні жодної умови $\nu = \mu$ і $\lambda = \varsigma$;

$M[\left|V_{\nu}^{(\lambda)}\right|^2] = D_{\nu}^{(\lambda)}$.

Як впливає з виразу (10), єдиним обмеженням що накладається на процес апаратом канонічних розвинень, є конечність дисперсій відповідних коефіцієнтів [28], що звичайно задовольняється для реальних фізичних процесів і не є суттєвим.

У [28] показано, що канонічне розклад (9) точно описує функцію, яка розвинеться в точках дискретизації t_1, $i=\overline{1,I}$ і забезпечує мінімум середнього квадрату помилки наближення в проміжках проміж ними. Таким чином, використання цього розвинення не здійснює загублення інформації процесу, що досліджується.

Згідно [27], алгоритм оптимальної у середньоквадратичному сенсі лінійної екстраполяції реалізації процесу $\overline{X}$ (t), що заданий випадковою послідовністю (9), при довільному числі k<I моментів вимірів і числі $r_\mu, r_\mu \geq r_{\mu+1}, \mu=\overline{1,k}$ відомих значень в кожен з них має вигляд:

$$m_h^{(r_1,\dots,r_\mu)}(i) = m_h^{(r_1,\dots,r_{\mu-1})}(i) + (x_{r_\mu}(\mu) - \\ - m_{r_\mu}^{(r_1,\dots,r_{\mu-1})}(\mu)\varphi_{h\mu}^{(r_\mu)}(i),\ \mathrm{h}=\overline{1,\mathrm{H}},\ \mathrm{i}=\overline{1,\mathrm{I}}. \quad (11)$$

Обчислення майбутніх значень $\overline{X}$ (t) відповідно до виразу (2.11) починається з початкового $(\mu=1)$ значення першої складової $x_1(1)$, після чого послідовно вводяться початкові значення решти складових. Тільки після того, як використані всі відомі значення для моменту $\mu=1$ здійснюється перехід до наступного моменту $\mu=2$, повторно здійснюється послідовний перебір відомих значень в порядку зростання номерів складових. Алгоритм (11) дає незміщену оцінку майбутніх значень реалізації, що екстраполюється, і в межах лінійних зв'язків забезпечує мінімум середнього квадрату похибки екстраполяції, що дорівнює дисперсії:

$$D_h^{(r_1,\dots,r_k)}(i) = \sum_{\lambda=1}^{h} \sum_{\nu=\eta_k}^{i} D_\nu^{(\lambda)}[\varphi_{h\nu}^{(\lambda)}(i)]^2, i=\overline{k+1,I} \quad (12)$$

апостеріорного випадкового процесу:

$$X_h^{(r_1,\dots,r_k)}(i) = m_h^{(r_1,\dots,r_k)}(i) + \sum_{\lambda=1}^{h} \sum_{\nu=\eta_k}^{i} V_\nu^{(\lambda)}\varphi_{h\nu}^{(\lambda)}(i), \quad (13)$$

$$h=\overline{1,H},\ i=\overline{1,I},\ \eta_k = \begin{cases} k+1 & при \quad \lambda \leq r_k, \\ 1 & при \quad \lambda > r_k. \end{cases}$$

Для скалярного випадкового процесу X(t) з (9) отримаємо

$$X(i) = m_x(i) + \sum_{\nu=1}^{i} V_\nu \varphi_\nu(i), \quad i=\overline{1,I}. \quad (14)$$

На підставі виразу (14) алгоритм оптимальної у середньоквадратичному сенсі лінійної екстраполяції реалізації випадкового процесу X(t) за k відомим послідовним початковим значенням $X(\mu)=x(\mu),\ \mu=\overline{1,k},\ k<I$ може бути представленим в одній з двох еквівалентних форм [75]:

$$m_x^{(\mu)}(i) = \begin{cases} m_x(i),\ \mu=0,\ i=\overline{k+1,I}; \\ m_x^{(\mu-1)}(i) + [x(\mu) - m_x^{(\mu-1)}(\mu)]* \\ *\varphi_\mu(i),\ \mu=\overline{1,k},\ i=\overline{k+1,I}; \end{cases} \quad (15)$$

$$m_x^{(k)}(i) = m_x(i) + \sum_{\mu=1}^{k} \overset{0}{x}(\mu) f_\mu^{(k)}(i),\ k<I,\ i=\overline{1,I}.$$

(16)

У виразі (16) вагові функції при відомих центрованих значеннях $\overset{0}{x}(\mu),\ \mu=\overline{1,k}$ реалізації, що екстраполюється, визначаються завдяки вихідним координатним функціям співвідношенням:

$$f_\mu^{(k)}(i) = \begin{cases} f_\mu^{(k)}(i) - f_\mu^{(k-1)}(k)\varphi_k(i) \quad при \quad \mu \leq k-1; \\ \varphi_k(i) \quad при \quad \mu=k,\ k<I,\ i=\overline{k+1,I}. \end{cases} \quad (17)$$

Також, як і у векторному випадку, в межах лінійної моделі виразу (15), (16) дає незміщену оцінку майбутніх значень реалізації, що екстраполюється і забезпечує мінімум середнього квадрату похибки екстраполяції, що дорівнює:

$$E_x^{(k)}(i) = M[\left|X\{i/x(\mu),\ \mu=\overline{1,k}\} - m_x^{(k)}(i)\right|^2] = \\ = \sum_{\nu=k+1}^{i} D_\nu \phi_\nu^2(i) = D_x^{(k)}(i),\ i=\overline{k+1,I}. \quad (18)$$

де $D_x^{(k)}(i),\ i=\overline{k+1,I},$ - дисперсія апостеріорного випадкового процесу:

$$X^{(k)}(i) = m_x^{(k)}(i) + \sum_{\nu=1}^{i} V_\nu \varphi_\nu(i),\ i=\overline{1,I}, \quad (19)$$

що виникає з апріорного за умовою $X(\mu)=x(\mu),\ \mu=\overline{1,k}.$

Висновок

Таким чином, враховуючи переваги метода екстраполяції, що базується на канонічному розкладі випадкового процесу (відсутність на клас процесів що прогнозується , простота обчислення), даний підхід може бути прийнятим за основу в подальших дослідженнях. Застосування таких методів для оцінки стану складних систем дозволить підвищити рівень прийняття управлінських рішень та якісного оцінювання існуючого стану та можливостей. Також цей метод може застосовуватися при створенні інтелектуальних інформаційних систем

Список літератури

1.Стратонович Р.Л Избранные вопросы теории флюктуаций в радиотехнике – М.:Сов.радио,1961. – 558 с.

2.Тихонов В.И., Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов./ В.И. Тихонов, Н.К. Кульман, -М.: Сов.радио, 1975.-704 с.

3.Сосулин Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов.- М.:Сов.радио, 1978.-320 с.

4.Казаков В.А. Введение в теорию марковских процессов и некоторые радиотехнические задачи.- М.: Сов.радио, 1973.-232 с.

5.Казаков В.А. Статистическая динамика систем с переменной структурой. – М.:Наука, 1977.-416 с.

6.Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. - М.:Наука, 1975.-704 с.

7.Понтрягин Л.С., Андропов А.А. Витт А.А. О статистическом рассмотрении динамических систем.- ЖЭТФ, 1933,т.3,Вып.3 – С.165-180.

8.Колмогоров А.Н. Об аналитических методах в теории вероятностей.-«Успехи математических наук», 1938, вып.5.

9.Kalman R.E. A new approach to linear filtering and prediction theory. – Trans.ASME.I.Bas.V.82D,1960,N2,-35-45pp.

10. Kalman R.E., Bucy R.C. New result in linear filtering and prediction theory.- Trans.ASME.I.Bas.V.83D,1961,N1,-95-108pp.

11. Тихонов В.И., Миронов М.А., Марковские процессы.-М., Сов.радио, 1977г.-488с.

12. Стратонович Р.Л. Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления.-М.: Изд.МГУ. 1966г.-319с.

13. Blum I.R., Kiefer I., Rosenblatt M. Distribution free test of independence based on the sample distribution function.-Ann.Math.Stat.V.32,1961,№2,-485-498 pp.

14. Пугачев В.С. Теория случайных функций.- М:Физмат.изд. 1962г.

15. Бокс Дж.,Дженнингс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. – Вып.1-М.:Мир,1974.-406 с.

16. Колмогоров А.Н. Интерполирование и экстраполирование стационарных случайных последовательностей.-Изд.АН СССР. Серия математическая,.1941 т.5 - №1,С.3-14.

17. Яглом А.М. Введение в теорию стационарных случайных функций. // Успехи математических наук, 1995. т.7. – Вып.5(51).С.3-168.

18. Хеннан Э.П. Многомерные временные ряды.- М.:Мир, 1974.-576 с.

19. Wiener N. Extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series.-N.Y.John Wiley,1949,210p.

20. Драган Я.П. Модели сигналов в линейных системах.-К.: Наукова думка,1972.-302с.

21. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. – М.: Радио и связь, 1991.-608 с.

22. Скляревич А.Н. Операторные методы в статистической динамике автоматических систем.-М.: Наука, 1965.

23. Боде Т. Теория информации и её приложения.- М.: Физмат. 1959.

24. Кудрицкий В.Д. Прогнозирование надежности радиоэлектронных устройств.- К.:Техника, 1973.-156с.

25. КудрицкийВ.Д. Автоматизация контроля радиоэлектронной аппаратуры.-М.:Сов.радио,1977.-256 с.

26. Кудрицкий В.Д. Теоретические основы эксплуатационного контроля радиоэлектронного оборудования.-К.:КВВАИУ,1979.-92с.

27. Кудрицкий В.Д. Прогнозирующий контроль радиоэлектронных устройств.-Л:Техника, 1982.-166 с.

28. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика.-М.: Наука, 2002.-496 с.

29. Ширяев А.Н. Вероятность.-М.: Наука, 1982.-574 с.

Стаття надійшла до редколегії 25.09.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ю.В. Кравченко Національного університету оборони України, Київ