

DOI: 10.6084/M9.FIGSHARE.11340662

УДК 539.3

**Козуб Юрій Гордійович**

Кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри фізико-технічних систем та інформатики, Луганський національний університет імені Тараса Шевченка, Старобільськ

**Солодей Іван Іванович**Доктор технічних наук, старший науковий співробітник, професор кафедри будівельної механіки, [orcid.org/0000-0001-7638-3085](https://orcid.org/0000-0001-7638-3085)

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

**ДЕФОРМУВАННЯ ТА ДИСИПАТИВНИЙ РОЗІГРІВ  
ГУМОВИХ ВІБРОСЕЙСМОІЗОЛЯТОРІВ**

**Анотація.** При проектуванні пристроїв з еластомірними елементами конструкцій в якості демпферів одним з надважливих завдань є визначення їх напружено-деформованого стану в умовах експлуатаційних навантажень, а також прогнозування їх довговічності на основі різних критеріїв руйнування. Такі конструкції, як правило, працюють в умовах циклічного деформування, при цьому проявляється ефект розсіювання енергії деформації, що призводить до дисипативного розігріву в'язкопружних еластомерних елементів. Розглянуто процеси деформування та дисипативного розігріву гумових вібро- та сейсмоізоляторів. Для розв'язання задачі термомеханіки конструкцій з початковими напруженнями використовується інкрементальна теорія деформованого тіла. Для розв'язання задачі деформування слабостисливих еластомерних елементів використовується моментна схема скінченних елементів з потрібною апроксимацією переміщень, деформацій та функції зміни об'єму. Для розв'язання зв'язаної задачі термопружності використовується метод послідовних наближень.

**Ключові слова:** еластомери; початкові напруження; інкрементальна теорія; моментна схема скінченних елементів; термопружність; теплопровідність; дисипація енергії

**Вступ**

Еластомірні елементи конструкцій широко використовуються як силові елементи, демпфери, футеровки і т.д. Одним з найважливіх завдань при проектуванні таких пристроїв є визначення їх напружено-деформованого стану в умовах експлуатаційних навантажень та прогнозування їх довговічності на основі різних критеріїв руйнування [4; 10 – 12; 21].

При порівняно малих деформаціях більшості еластомерів проявляються суттєво нелінійні ефекти [19; 16]. В гумах такі ефекти проявляються насамперед в тому, що залежність сила-деформація має нелінійний характер. Це може бути зумовлене конструктивними особливостями гумових деталей та умовами їх монтажу в машині (так званий ефект торців), асиметрією зовнішнього навантаження, великими деформаціями, структурними змінами під дією зовнішнього навантаження. При розрахунку елементів конструкцій, що працюють в умовах обмежених деформацій, а також при розрахунку тонкошарових елементів конструкцій необхідно враховувати слабку стисливість еластомера [1].

Конструкції з високоеластичних матеріалів, як правило, працюють в умовах циклічного

деформування. При цьому проявляється ефект розсіювання енергії деформації. В гумах дисипація енергії достатньо велика; в наповнених гумах розсіюється до 80% підведеної енергії, в ненаповнених – до 50% [6]. Термомеханічні ефекти призводять до деструкції матеріалу, виникненню тріщин і в кінцевому підсумку до відмови й руйнуванню конструкції [7].

**Результати чисельного аналізу**

Для розв'язання задач термомеханіки еластомерних конструкцій, які мають початкові напруження, використовується інкрементальна теорія деформованого тіла. Варіація пружної енергії деформації тіла з початковими напруженнями має вигляд:

$$\delta W = \iiint_V \left( \sigma^{ij} \varepsilon_{ij} + \sigma_0^{ij} \frac{1}{2} \delta(u_{k,i} u_{k,j}) \right) dV.$$

Компоненти тензора пружних напружень приймаємо у вигляді закону Гука

$$\sigma^{ij} = 2\mu g^{ik} g^{jl} \varepsilon_{kl} + \lambda \theta g^{ij},$$

де  $\mu, \lambda$  – коефіцієнти Ляме;  $g^{ij}$  – компоненти метричного тензора;  $\theta$  – функція змінення об'єму.

Для визначення напружено-деформованого стану і параметрів жорсткості елементів зі складною формою вільної поверхні точні аналітичні методи не застосовуються через непереборні на сьогодні труднощі у розв'язанні нелінійних систем диференціальних рівнянь в часткових при вирішенні крайових задач термов'язкопружності. Використовуються чисельні методи, основним з яких є метод скінченних елементів (МСЕ) [17; 18]. Для розв'язання задачі деформування слабкостисливої еластомерної конструкції використовується моментна схема скінченних елементів (МССЕ) з потрібною апроксимацією переміщень, деформацій та функції зміни об'єму [1].

**Задача 1.** Визначення осадки  $\Delta$  для двошарової сейсмоопори діаметром  $d = 400$  мм, висотою гумового шару  $h = 240$  мм і модулем пружності  $G = 0,63$  МПа від дії навантаження  $P = 50$  кН.

В роботі [22] наведено результати експериментальних досліджень осадки суцільного циліндра з урахуванням особливостей посилення на торцях, а також отримано співвідношення для обчислення осадки гумового шару для малих деформацій ( $\varepsilon < 0,1$ )

$$\Delta = \frac{P_0 h}{3\pi R^2 G} \left( 1 - \frac{R}{h\sqrt{6}} \operatorname{th} \frac{h\sqrt{6}}{R} \right), \quad (1)$$

де  $P_0$  – стискаюча сила для гумового шару з вільними торцями;  $h, R$  – розміри гумового шару;  $G$  – модуль зсуву гуми.

При розрахунку сейсмоопор необхідно враховувати, що торці гумового шару привулканізовані до металевих пластин, а отже, замість навантаження  $P_0$  необхідно підставити реальне навантаження  $P$ :

$$P_0 = \frac{P}{\beta},$$

де  $\beta = 1 + 0,413\rho^2$  – по Пейну;  $\beta = 0,92 + 0,5\rho^2$  – по Лавенделу.

В роботі [22] запропоновано обчислювати  $\beta$  за формулою:

$$\beta = 1 + 0,83\rho^2, \quad (2)$$

де  $\rho = R/h$ ,  $\beta$  – коефіцієнт збільшення жорсткості за рахунок закріплення торців.

Поставлена задача також була чисельно реалізована на основі моментної схеми скінченних елементів в рамках обчислювального комплексу «МІРЕЛА+». На рис. 1 наведено розподіл компонент тензору напружень в сейсмоопорі.

Всі отримані результати розрахунку осадки розглянутого віброізолятора наведено у табл. 1.

Таблиця 1 – Осадка сейсмоопори

Показник	Спосіб розрахунку осадки		
	експеримент	формула (1)	МССЕ
Осадка	0,0127	0,0084	0,01128

Конструкції з еластомерів, що працюють в умовах циклічного навантаження, піддаються інтенсивному дисипативному розігріву. Джерелом теплоутворення в цьому випадку є напруження  $\sigma^{ij}(t)$  та швидкості деформацій  $\dot{\varepsilon}_{ij}(t)$  у в'язкопружному тілі.

Для вивчення термонапруженого стану такого роду передбачається сумісний розв'язок задач термопружності та теплопровідності [12; 13].

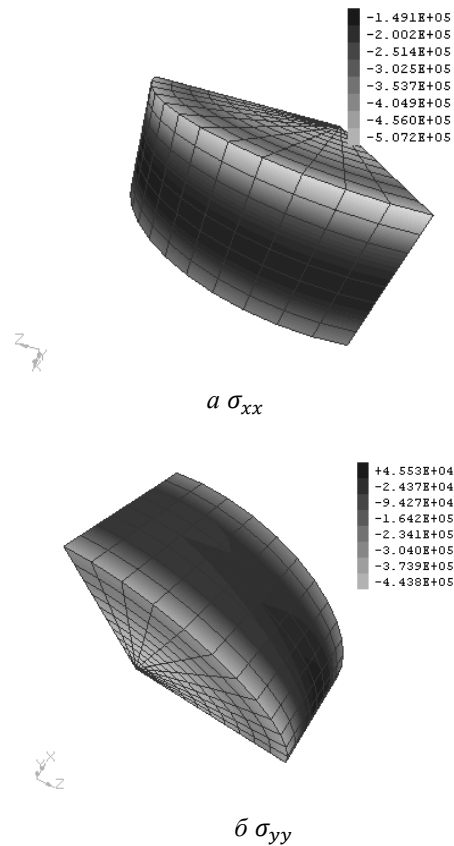


Рисунок 1 – Розподіл компонент тензору напружень в сейсмоопорі

Виходячи із закону збереження енергії, варіаційне рівняння термопружності Біо як узагальнення варіаційного принципу Лагранжа має вигляд

$$\iiint_V \delta F \sqrt{g} d\xi^1 d\xi^2 d\xi^3 - \iiint_{V_k} \bar{P} \delta \bar{u} \sqrt{g} d\xi^1 d\xi^2 d\xi^3 - \iint_{S_k} \bar{q} \delta \bar{u} ds = 0.$$

Варіація вільної енергії  $\delta F$  обчислюється за формулою

$$\delta F = \delta W - \sigma_{(T)}^{ij} \delta \varepsilon_{ij}.$$

Закон стану слабкостисливого еластомера беруть у вигляді узагальненого закону Гука

$$\sigma^{ij} = \int_0^{\varepsilon_{ij}} 2\mu \left( G^{mi} G^{nj} - \frac{1}{3} G^{mn} G^{ij} \right) d\varepsilon_{mn} - \int_0^{G^*} B \left( \sqrt{I_3(G^*)} - 1 \right) dG^{ij},$$

де  $\mu$  – модуль зсуву;  $G^{ij}$  – компоненти метричного тензора деформованого об'єму;  $B$  – модуль об'ємного стискання;  $I_3$  – третій інваріант міри деформацій  $G^*$ .

У випадку сумісної дії навантаження і температури деформації представляють у вигляді суми пружної та температурної складових

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{(n)} + \varepsilon_{ij}^{(T)};$$

$$\varepsilon_{ij}^{(T)} = \alpha_{ij}^{(T)}(T - T_0),$$

де  $\alpha_{ij}^{(T)}$  – тензор лінійного теплового розширення;

$T$  – температура в точці тіла;  $T_0$  – початкова температура.

Контрваріантні компоненти тензора напружень представляють у вигляді

$$\sigma^{ij} = \sigma_{(n)}^{ij} - \sigma_{(T)}^{ij}.$$

Використовуючи принцип Вольєрра, залежність між компонентами тензорів напружень і деформацій для нелінійного в'язкопружного слабостисливого матеріалу можна прийняти у вигляді закону Гука, Пенга-Ландела або Ліндлі, замінюючи пружні константи – модуль стискання та модуль зсуву – інтегральними операторами Вольєрра

$$\tilde{\mu}\phi = \mu \left( \phi(t) - \int_{-\infty}^t R_{\mu}(t-\tau)\phi(\tau)d\tau \right);$$

$$\tilde{B}\phi = B \left( \phi(t) - \int_{-\infty}^t R_b(t-\tau)\phi(\tau)d\tau \right).$$

Таким чином, для в'язкопружного матеріалу масзакон Гука [1]

$$\sigma^{ij} = 2\mu \left[ g^{mi}g^{nj}\varepsilon_{mn} - \frac{1}{3}j_1g^{ij} - \int_{-\infty}^t R_{\mu}(t-\tau) \left( g^{mi}g^{nj}\varepsilon_{mn} - \frac{1}{3}j_1g^{ij} \right) d\tau \right] +$$

$$+ B \left[ (\sqrt{I_3} - 1)g^{ij} - \int_{-\infty}^t R_b(t-\tau)(\sqrt{I_3} - 1)g^{ij}d\tau \right].$$

Варіація вільної енергії деформації має вигляд:

$$\delta F = \iiint_V \left\{ 2\mu \left[ \varepsilon_{kl}g^{ki}g^{lj} - \frac{1}{3}\theta g^{ij} \right] - \int_{-\infty}^t R_{\mu}(t-\tau) \left( \varepsilon_{kl}g^{ki}g^{lj} - \frac{1}{3}\theta g^{ij} \right) d\tau \right\} +$$

$$+ B \left( \sqrt{I_3} - 1 \right) g^{ij} - B \int_{-\infty}^t R_b(t-\tau) (\sqrt{I_3} - 1) g^{ij} d\tau \left\} \delta \varepsilon_{ij} -$$

$$- 3B \left\{ \alpha_T (T - T_0) - \int_{-\infty}^t R_b(t-\tau) \alpha_T (T - T_0) d\tau \right\} \delta \varepsilon_{ii} dv.$$

Як ядро релаксації використовується дробово-експоненціальна функція Работнова

$$\mathcal{E}_{\alpha}(-\beta, t - \tau) = \chi(t - \tau)^{\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n (t - \tau)^{n(1+\alpha)}}{\Gamma[(n+1)(1+\alpha)]}.$$

Рівняння теплопровідності можна представити у вигляді варіаційного рівняння Лагранжа при розгляді квазістаціонарної задачі теплопровідності:

$$\iiint_V \left( w_0 \delta T + \lambda_{(ij)} \frac{\partial T}{\partial x^i} \frac{\delta \delta T}{\partial x^j} \right) dv +$$

$$+ \iint_{S_1} q \delta T ds + \iint_{S_2} h (T - T_0) \delta T ds =$$

$$= \iiint_V c_{\varepsilon} (T - T_0) \delta T dv + \iiint_V \beta_{ij} (T - T_0) \delta \varepsilon_{ij} dv,$$

де  $w_0 = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \sigma^{ij}(t) \dot{\varepsilon}_{ij}(t) dt$  – потужність джерела

теплоутворення;  $T_0$  – температура навколишнього середовища;  $\lambda_{ij}$  – тензор теплопровідності;  $q$  – тепловий потік;  $h$  – коефіцієнт тепловіддачі;  $c_{\varepsilon}$  – теплоємність при постійній деформації;  $\beta^{ij}$  – компоненти тензора ізотермічних пружних сталей, що визначає взаємний вплив температури і деформацій.

Рішення зв'язаної задачі термопружності на основі інкрементальної теорії деформування зводиться до уточнення прирощення деформацій та температури на кожному кроці навантаження.

**Задача 2.** Визначення напружено-деформованого стану та температури дисипативного розігріву амортизаторів ВР201 та ВР103 (табл. 2) при циклічному деформуванні із заданою частотою і амплітудою.

Амортизатори виготовлені з гуми марки 51-1562. Пружні константи і параметри релаксації:  $\mu = 0,51$  МПа,  $\nu = 0,4999$ ,  $\omega = 68$  с<sup>-1</sup>,  $\lambda = 0,15$  Вт/(м·К),  $\alpha = -0,6$ ,  $\beta = 0,914$ ,  $\chi = 0,35$ . На поверхнях амортизатора відбувається теплообмін з металевією арматурою та повітрям відповідно з коефіцієнтами  $H_1 = H_2 = 40$  м<sup>-1</sup> і  $H_3 = 5240$  м<sup>-1</sup>.

Таблиця 2 – Гумові віброізолятори типу ВР

Тип віброізолятора	Номинальні розміри	
	D <sub>n</sub> , мм	h, мм
ВР201	100	80
ВР103	120	148

Результати розрахунку напружено-деформованого стану дають змогу визначити жорсткість при стисканні елементів типу ВР (рис. 2).

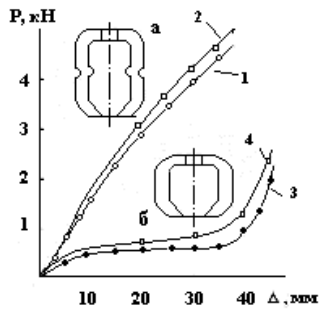


Рисунок 2 – Залежність сили від переміщення для гумових елементів: а – BP103; 1 – експериментальні дані [16]; 2 – чисельний розв’язок; б – BP201; 3 – експериментальні дані [16]; 4 – чисельний розв’язок

Експериментальне розподілення поля температур [19; 20] і результати виконаних розрахунків поля температур для елементів ВР наведені на рис. 3, 4. Аналіз отриманих рішень показує, що чисельний розв’язок має відхилення від експериментальних даних, що не перевищує 10%.

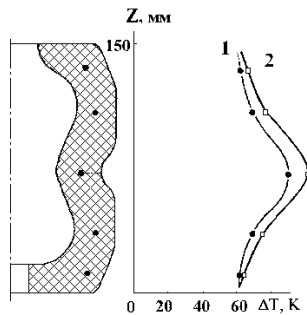


Рисунок 3 – Розподілення поля температур в елементі BP103 при частоті коливань 13,3 Гц, попереднє стиснення 10 мм, амплітуда  $A=10$  мм: 1 – експериментальні дані [16]; 2 – чисельний розв’язок

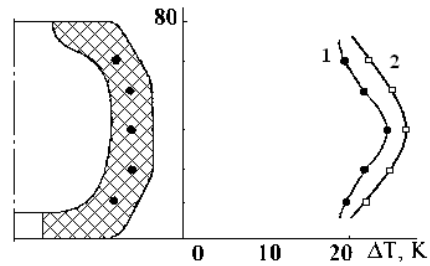


Рисунок 4 – Розподілення поля температур в елементі BP201 при частоті коливань 13,3 Гц, 5 мм, амплітуда  $A=3$  мм: 1 – експериментальні дані [16]; 2 – чисельний розв’язок

## Висновки

Для описання процесів в’язкопружного деформування слабостисливих еластомерних елементів конструкцій з початковими напруженнями використовується інкрементальна теорія.

При розв’язанні задач визначення напружено-деформованого стану використовується моментна схема скінченних елементів з потрійною апроксимацією полів переміщень, деформацій та функції зміння об’єму.

Для розв’язання задачі теплопровідності використовується метод послідовних наближень.

На основі розглянутого підходу розв’язано задачі деформування та дисипативного розігріву гумових елементів вібро- та сейсмоізоляторів.

## Список літератури

1. Киричевский В.В. *Нелинейные задачи термомеханики конструкций из слабосжимаемых эластомеров* / В.В. Киричевский, А.С. Сахаров. – К.: Будивельник, 1992. – 213с.
2. Дырда В. И. *Прочность и разрушение эластомерных конструкций в экстремальных условиях* / В.И. Дырда. – К.: Наукова думка, 1988. – 232с.
3. Губанов В.В. *Долговечность резины при эксплуатации* / В.В. Губанов, Х.И. Мурашка // *Вопросы динамики и прочности*. – 1984. – №44. С. 16-21.
4. Соколов С.Л. *Прогнозирование усталостной долговечности пневматических шин* / С. Л. Соколов, А.Б. Ненахов // *Каучук и резина*. – 2009. – №3. – С. 35 – 39.
5. *Метод конечных элементов в вычислительном комплексе «МИРЕЛА+»* / В.В. Киричевский, Б.М. Дохняк, Ю.Г. Козуб, С.И. Гоменюк, Р.В. Киричевский, С.Н. Гребенюк. – К.: Наукова думка, 2005. – 403с.
6. Адамов А.А. *К выбору функционала для описания поведения вязкоупругого материала при конечных деформациях* / А.А. Адамов // *Науч. тр. Кубан. гос. ун-та*. – 1980. – т. 3: *Механика эластомеров*. – С. 56-59.
7. *Виброизоляция тяжелых машин с помощью резиновых элементов* / В.И. Дырда, Г.Н. Агальцов, Ю.Г. Козуб, С.В. Роцупкин // *Геотехническая механика*. – 2010. – Вып. 86. – С. 171-195с.
8. Болотин В.В. *Прогнозирование ресурса машин и конструкций* – М.: Машиностроение, 1984. – 312с.
9. Губанов В.В., Масленников В.Г. *Определение долговечности резинометаллического амортизатора сжатия на основе энтропийного критерия* // *Вопр. динамики и прочности*. – 1977. – Вып.34. – С.137 – 142.
10. Гольденблат И.И., Бажанов В.Л., Копнов В.А. *Энтропийный принцип в теории прочности полимерных материалов*. – Механика полимеров. – 1976. – №1. – С. 113 – 121.
11. Работнов Ю.Н. *Ползучесть элементов конструкций*. – М.: Наука, 1966. – 572 с.
12. Kozub Yuriy. *Deformation of rubber-metal vibration and seismic isolators* / Yuriy Kozub // *ТЕКА – Vol. 12, No 4. 2012. – P. 96-100.*

13. Kozub Yuriy. *Substantiation of parameters and calculation of vibration isolators/ Yuriy Kozub, Vitaliy Dyrda, Nikolay Lisitsa // ТЕКА. – Vol.13, No 4. – 2013. – P. 107-114.*
14. Дырда В.И. *Резиновые элементы вибрационных машин. – К.: Наукова думка, 1980. – 100 с.*
15. Дырда В.И. *Прочность и разрушение эластомерных конструкций в экстремальных условиях. – К.: Наукова думка, 1988. – 232 с.*
16. *Механика деформирования и разрушения упруго-наследственных систем / В.И. Дырда, А.С. Кобец, А.А. Демидов. – Днепропетровск: Герда, 2009. – 584с.*
17. Оден Дж. *Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. – М.: Мир, 1976. – 464 с.*
18. Зенкевич О.С. *Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.*
19. Козлов В.И. *Конечноэлементный метод исследования термомеханического поведения вязкоупругих тел при циклическом нагружении / В.И. Козлов, В.Г. Карнаухов // Прикладная механика. – 1983. – Т. 19, № 11. – С. 40-45.*
20. Дырда В.И. *Исследование термомеханического поведения эластомерных конструкций, имеющих форму тел вращения / В.И. Дырда, В.И. Козлов. – АН УССР. Ин-т геотехнической механики. – Днепропетровск, 1987. – 9 с. – Деп. в ВИНТИ 3.08.87, № 5548-В87.*
21. Payne A.R., (1974). *Histeresis in Rubber Vulcanisates*, *J. Polymer Scimce*, 169 – 196.
22. Дырда В.И. *Решение задачи о сжатии вязкоупругого цилиндра методом Рунца / В.И. Дырда, А.В. Гончаренко, Л.В. Жарко // Геотехническая механика. – 2010. – Вып. 86. – С. 113 – 124.*

Стаття поступила до редколегії 05.09.2019

### **Козуб Юрий Гордеевич**

Кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой физико-технических систем и информатики  
Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко, Старобельск

### **Солодей Иван Иванович**

Доктор технических наук, старший научный сотрудник, профессор кафедры строительной механики,  
[orcid.org/0000-0001-7638-3085](https://orcid.org/0000-0001-7638-3085)

Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев

## **ДЕФОРМИРОВАНИЕ И ДИССИПАТИВНЫЙ РАЗОГРЕВ РЕЗИНОВЫХ ВИБРОСЕЙСМОИЗОЛЯТОРОВ**

**Аннотация.** При проектировании устройств с эластомерными элементами конструкций в качестве демпферов одной из важнейших задач является определение их напряженно-деформированного состояния в условиях эксплуатационных нагрузок и прогнозирование их долговечности. Такие конструкции, как правило, работают в условиях циклического деформирования, при этом проявляется эффект рассеяния энергии деформации, что приводит к диссипативному разогреву вязкоупругих эластомерных элементов. Рассмотрены процессы деформирования и диссипативного разогрева резиновых вибро- и сейсмоизоляторов. Для решения задачи термомеханики конструкций с начальными напряжениями используется инкрементальная теория деформированного тела. Для решения задачи деформирования слабосжимаемых эластомерных элементов используется моментная схема конечных элементов с тройной аппроксимацией полей перемещений, деформаций и функции изменения объема. Для решения связанной задачи термоупругости используется метод последовательных приближений.

**Ключевые слова:** эластомеры; начальные напряжения; инкрементальная теория; моментная схема конечных элементов; термоупругость; теплопроводность; диссипация энергии.

### **Kozub Yuriy**

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Physical Technical Systems and Computer Science

Luhansk Taras Shevchenko National University, Starobilsk

### **Solodei Ivan**

Doctor of Technical Sciences, Senior Researcher, Professor of the Department of Building Mechanics, [orcid.org/0000-0001-7638-3085](https://orcid.org/0000-0001-7638-3085)  
Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

## **DEFORMATION AND DISSIPATIVE HEATING OF RUBBER VIBRO AND SEISMIC ISOLATORS**

**Abstract.** When designing devices with elastomeric structural elements as dampers, one of the most important tasks is to calculate their stress-strain state under operating load conditions and prediction of their durability. Such constructions, as a rule, work under cyclic deformation conditions, and the effect of deformation energy scattering manifests itself, which leads to dissipative heating of viscoelastic elastomer elements. The processes of deformation and dissipative heating of rubber vibration and seismic insulators are considered. To solve the problem of thermomechanics of structures with initial stresses, an incremental theory of a

deformed body is used. To solve the problem of deforming weakly compressible elastomeric elements, a moment scheme of finite elements with a triple approximation of displacement, deformations, and volume change functions is used. The method of successive approximations is used to solve the related problem of thermoelasticity.

**Keywords:** *elastomers; iomechanics; initial stresses; incremental theory; moment scheme of finite elements; thermoelasticity; thermal conductivity; energy dissipation*

#### References

1. Kirichevskij V.V., & Sakharov, A.S., (1992). *Nonlinear tasks of thermomechanics of constructions from nearly incompressible elastomers*. Kyiv, Ukraine: Budivel'nik, 216.
2. Dyrda, V.I., (1988). *Durability and destruction of elastomeric constructions in the extreme terms*. Kyiv, Ukraine: Naukova dumka, 232.
3. Gubanov V.V., & Murashka, K.I., (1984). *Longevity of rubber during exploitation. Issues of dynamics and strength*. Riga, Latvia: 44, 16 – 21.
4. Sokolov, S.L., & Nenakhov, A.B., (2009). *Prediction of fatigue durability of pneumatic tires*. Rubber and Vulcanized Rubber. Moscow, Russia: 3, 35 – 39.
5. Kirichevskiy, V.V., Dokhnyak, B.M., Kozub, Y.G., Gomenyuk, S.I., Kirichevskiy, R.V., & Grebenyuk, S.N., (2005). *Finite element method in a calculable complex "МИРЕЛА+"*. Kyiv, Ukraine: Naukova dumka, 403.
6. Adamov, A.A., (1980). *To the choice of functional for description of behavior of viscoelastic material at finite deformations*. Scientific works Kuban state university. Krasnodar, Russia: Vol. 3 Mechanics of elastomers, 56 – 59.
7. Dyrda, V.I., Agaltsov, G.N., Kozub, Y.G., & Roschupkin, S.V., (2010). *Vibroisolation of heavy machines by means of rubber elements*. Geo-Technical Mechanics. Dnepropetrovsk, Ukraine: 86, 171 – 195.
8. Bolotin, V.V., (1984) *Prognostication of resource of machines and constructions*. Moscow, Russia: Engineering, 312.
9. Gubanov, V.V., & Maslennikov, V.G., (1977). *Determination of longevity of rubber-metal shock absorber of compression on the basis of entropy criterion*. Issues of dynamics and strength. Riga, Latvia: 34, 137 – 142.
10. Goldenblat, I.I., Bazhanov, V.L., & Kopnov, V.A., (1976). *Entropial principle in the theory of durability of polymeric materials*. Mechanics of polymers. Riga, Latvia: 1, 113 – 121.
11. Rabotnov, Y.N., (1966). *Creep of elements of constructions*. Moscow, Russia: Science, 572.
12. Kozub, Yuriy, (2012). *Deformation of rubber-metal vibration and seismic isolators*. TEKA. Lublin, Poland: Vol. 12, N 4, 96 – 100.
13. Kozub, Yuriy, Dyrda, Vitaliy, & Lisitsa, Nikolay, (2013). *Substantiation of parameters and calculation of vibration isolators*. TEKA. Lublin, Poland: Vol.13, N4, 107 – 114.
14. Dyrda, V.I., (1980). *Rubber elements of vibration machines*. Kyiv, Ukraine: Naukova dumka, 100.
15. Dyrda, V.I., (1988). *Strength and destruction of elastomeric structures under extreme conditions*. Kyiv, Ukraine: Naukova dumka, 232.
16. Dyrda, V.I., Kobets, A.S., & Demidov, A.A., (2009). *Mechanics of deformation and destruction of the resiliently-inherited systems*. Dnepropetrovsk, Ukraine: Gerda, 584.
17. Oden, J., (1976). *Finite elements in nonlinear continua*. Moscow, Russia: Mir, 464.
18. Zenkevich, O.C., (1975). *Finite element method in engineering science*. Moscow, Russia: Mir, 541.
19. Kozlo, V.I., & Karnaukhov, V.G., (1983). *Finite element method of research of thermomechanics behavior of viscoelastic bodies at a cyclic lading*. Applied mechanics. Kyiv, Ukraine: Vol. 19, N11, 40 – 45.
20. Dyrda, V.I., & Kozlov, V.I., (1987). *Research of thermomechanical behavior of elastomeric constructions, having a form of bodies of rotation*. Institute of geotechnical mechanics, 9, № 5548-B87.
21. Payne, A.R., (1974). *Histeresis in Rubber Vulcanisates*. J. Polymer Scitnce, 169 – 196.
22. Dyrda, V.I., Goncharenko, A.V., & Zharko, L.V., (2010). *Decision of task about the compression of viscoelastic cylinder the Ritz method*. Geo-Technical Mechanics. Dnepropetrovsk, Ukraine: 86, 113 – 124.

#### Посилання на публікацію

- APA Kozub, Yuriy, & Solodei, Ivan, (2019). *Deformation and dissipative hearting of rubber vibro and seismic isolators*. Management of Development of Complex Systems, 39, 81 – 86; dx.doi.org\10.6084/m9.figshare.11340662.
- ДСТУ Козуб Ю.Г. Деформування та дисипативний розгрів гумових вібросейсмоізоляторів [Текст] / Ю.Г. Козуб, І.І. Солодей // Управління розвитком складних систем. – 2019. – № 39. – С. 81 – 86; dx.doi.org\10.6084/m9.figshare.11340662.