

**Павленко Василь Михайлович**

Аспірант кафедри будівельної механіки,

<https://orcid.org/0000-0003-4525-5405>

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

**ПОЄДНАННЯ ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ З ПІДХОДОМ  
НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ ГРАФІВ ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ СТІЙКОСТІ СХИЛІВ**

***Анотація.** Оцінка стійкості схилів являє собою складну інженерну задачу, розв'язок якої потребує підбору методу, виходячи з конкретних умов досліджуваного об'єкта. Найбільш поширені методи мають певні недоліки, тому створення нових підходів залишається актуальним. Стійкість будівель і споруд на зсувних і зсувонебезпечних територіях часто залежить від стійкості самого схилу, тому перед розробкою проекту будівельного об'єкта на таких територіях є необхідність у визначенні коефіцієнта стійкості схилу. Розроблений і запропонований підхід на основі теорії графів може стати зручним інструментом для розв'язання такого роду задач. Окрім цього, такий підхід можна легко інтегрувати у розрахункові комплекси на основі методу скінченних елементів, або проводити оцінювання за допомогою окремого програмного комплексу, що використовує як вхідні дані результати розрахунків, що отримані методом скінченних елементів. У представленій роботі розглянуто використання такого підходу для оцінювання стійкості реального схилу, розташованого в районі м. Ржищева. Досліджуваний майданчик розміщується на правому березі річки Дніпро та є давно освоєним і забудованим, проте після добудови трьох нових будинків відбулася активізація зсувних процесів. На цій ділянці в період з 2006 р. по 2014 р. проводилися інструментальні дослідження руху ґрунтових мас за допомогою встановлених реперів. Дані дослідження дають надійне підґрунтя для порівняння проведених розрахунків стійкості схилу і прогнозування його поведінки з реальною ситуацією, що мала місце на цьому схилі. Розрахунок напружено-деформованого стану схилу для цієї задачі проводився за допомогою програмного комплексу SATER.SOIL, після чого проводилося оцінювання стійкості схилу з використанням розробленої прикладної програми, що використовує підхід на основі теорії графів – SATER.LANDSLIDE. На основі проведених розрахунків виокремлено кілька потенційних поверхонь ковзання, відповідно до яких визначено відповідні коефіцієнти стійкості. При цьому розглядалося три різні постановки, починаючи від незабудованого схилу і закінчуючи забудованим схилом з урахуванням техногенних факторів впливу. Отримані результати узгоджуються не лише з іншим методом оцінки стійкості схилу, а й з інструментальними дослідженнями цього схилу протягом тривалого часу.*

***Ключові слова:** метод скінченних елементів (МСЕ); напіваналітичний метод скінченних елементів (НМСЕ); моментна схема скінченного елемента (МССЕ); теорія графів; основа; моделі ґрунтової основи; коефіцієнт стійкості схилів; методи розрахунку схилів*

**Актуальність та аналіз проблеми**

Зсуви ґрунту є одними із небезпечних схилових явищ, що характеризуються переміщенням значних об'ємів ґрунту під дією гравітаційних сил. Причинами їх виникнення можуть бути як природні чинники, такі як дія підземних і поверхневих вод, вітрова ерозія, абразія, сейсмічні впливи та інші, так і різноманітні техногенні фактори. Зсувні явища спричиняють значні економічні збитки та можуть нести безпосередню загрозу для життя і здоров'я людини.

Боротьба з цими явищами є складною задачею, а організація інженерного захисту від них часто

потребує значних матеріальних витрат. Розроблення проектних рішень, які гарантують безпечну експлуатацію таких територій, базується на проведенні оцінювання їх стійкості. Підбір методу для її проведення є важливою складовою достовірності результатів. Це питання завжди цікавило інженерів, а активний розвиток аналітичних методів сягає ще початку ХХ ст. Розроблено значну кількість методів, які базуються на різних підходах до розв'язання цієї задачі, проте одними з найбільш розповсюджених є методи граничної рівноваги та методи, що базуються на використанні скінченно-елементного аналізу ґрунтового масиву.

Методи граничної рівноваги найбільш апробовані для розв'язання задач стійкості схилів

і укосів, а такі методи, як метод Бішопа [1], метод Янбу [2; 3], метод Морґінштерна – Прайса [4], метод Спенсора [5] реалізовані і в сучасних геотехнічних програмних комплексах та залишаються перевіреною альтернативою більш сучасним методам. Одним із головних недоліків цих методів є значна кількість припущень, необхідних для можливості їх використання.

Розвиток обчислювальної техніки зумовив широке використання більш точних чисельних методів, методу скінченних елементів (МСЕ). Використання традиційного МСЕ для задач оцінювання стійкості значною мірою ускладнено необхідністю проведення додаткових ручних розрахунків. Тому значної популярності набула комбінація МСЕ з методом зниження міцності [6; 7]. Проте її головним недоліком залишається необхідність проведення великої кількості складних ітераційних розрахунків, що підвищує затрати обчислювальних потужностей під час оцінювання стійкості з використанням цього методу.

Для вирішення означених проблем наведених методів розроблено підхід, що базується на використанні МСЕ-елементів, його модифікацій, таких як напіваналітичний метод скінченних елементів, у поєднанні із підходом на основі теорії графів. Інтерес до використання теорії графів у задачах геотехніки пропонували також інші дослідники, проте у [8; 9] пропонується їх застосування з іншими чисельними методами. Основні положення розробленого підходу висвітлені у статтях [10; 11]. Цей підхід дає змогу усунути деякі недоліки наведених методів і отримати додатковий інструментарій для розв'язання задач стійкості зсувних та зсувонебезпечних територій.

### **Мета дослідження**

Метою дослідження є оцінка стійкості реального схилу за допомогою розробленого підходу, що базується на поєднанні МСЕ з алгоритмом, створеним на основі теорії графів.

### **Викладення основного матеріалу**

Дослідження проводилося на основі реального схилу, що розташований на правому березі річки Дніпро у районі м. Ржищева Обухівського району, Київської області. Ця територія була забудована понад 85 років тому. У 2006 р. на цьому місці було збудовано три нові житлові будинки. Відповідно до своєї конструкції вони характеризуються: будинки № 2 та № 1 – двоповерхові, монолітні житлові будинки з підвалами. Вони перебували на стадії незавершеного будівництва; будинок № 3 – одноповерховий дерев'яний житловий з підвалом та мансардою, було введено в експлуатацію. У зв'язку з активізацією порушень у ґрунтовому масиві, що

створило загрозу цілісності зведених на схилі будинків (рис. 1), і про що свідчили численні тріщини як у ґрунтовій основі, так і в несучих стінах будівель, були проведені дослідження для вивчення інженерно-геологічних умов майданчика. Роботи проводилися з жовтня 2006 р., а інструментальні спостереження тривали до грудня 2014 р.

У процесі формування поверхні вирішальне значення мала ерозійна діяльність р. Дніпро, ярів та балок, що врізалися у його долини. Тerasи правого берега р. Дніпро складено делювіально-алювіальними відкладеннями значної потужності. Для цієї території характерні зсувні процеси, що супроводжуються відповідними елементами та формами рельєфу. У геотехнічному контексті ділянка досліджень представлена дисперсними природними техногенними ґрунтами. У межах ділянки досліджень відсутні підземні виробки у вигляді камер, колекторів карстових порожнин. Майданчик спланований, його рельєф зазнав значних змін від початкового природного стану.



*Рисунок 1 – Досліджуваний майданчик на схилі у м. Ржищів*

Під час проведення вишукувань ґрунтовий масив перебував у нестійкому стані. Абсолютні позначки поверхні змінюються від верхньої частини схилу – 155,3...160,3 м до підніжжя схилу – 91,65...91,70 м (91,40 м). З гідрографічної точки зору ділянка вишукувань розташована в межах басейну р. Дніпро. Підземний стік ґрунтових вод орієнтований на північний схід до русла р. Дніпро. Поверхневий стік на майданчику відбувається у тому ж напрямку. Рельєф майданчика зазнав значних змін через техногенний вплив. На основі дослідження майданчика сформовано три інженерно-геологічних профіля: – I – I ... III – III (рис. 2). Сезонні коливання рівня горизонту ґрунтових вод становлять до 1,5 м. Візуальне обстеження засвідчило наявність вертикальних тріщин розкриттям до 5...10 мм, що підтверджує зсувні деформації на схилі.

Таблиця 1 – Фізико-механічні характеристики ґрунтів

№ ПЕ	Номенклатурне найменування ґрунту	Щільність ґрунту, $\rho$ , г/см <sup>3</sup>	Коеф. порист., $e$	Питоме зчеплення $C$ , кПа	Кут внутрішн. тертя, $\varphi$ , градус	Модуль деформац., $E$ , МПа
1	Насипний ґрунт	$\frac{1,50}{1,79}$	0,77	7	10	5
2	Супісок лесовидний твердий	$\frac{1,6}{1,91}$	0,82	$\frac{22}{16}$	$\frac{22}{19}$	$\frac{22}{7}$
3	Суглинок лесовидний твердий	$\frac{1,78}{1,96}$	0,78	$\frac{18}{11}$	$\frac{19}{17}$	$\frac{14}{7,5}$
4	Суглинок твердий	$\frac{1,75}{1,98}$	0,73	$\frac{25}{20}$	$\frac{23}{18}$	$\frac{17}{12}$
5	Супісок пластичний з піском	$\frac{1,85}{1,99}$	0,69	12	24	$\frac{12}{9}$
6	Суглинок тугопластичний	1,87	0,73	23	21	14
7	Пісок дрібний, середньої щільності	$\frac{1,68}{1,98}$	0,67	1	30	20
8	Суглинок тугопластичний	1,91	0,78	24	20	15
9a	Глина тугопластична, спондилова	1,95	0,9	40	18	20
9	Глина тверда, спондилова	1,84	0,99	82	21	20

Примітка: у чисельнику – дані для ґрунтів природної вологості, у знаменнику – при водонасиченні

У верхній частині ґрунтової товщі залягають слабкі насипні ґрунти, що мають значну потужність. Майданчик на момент її візуальної оцінки перебуває у нестійкому стані. Несучі конструкції будинків отримали значні нерівномірні деформації, спричинені зсувними рухами. Активізація зсувних деформацій виникла внаслідок допущення низки помилок під час ведення будівельних робіт та подальшої експлуатації ділянки: перекриття природних шляхів розвантаження підземних вод насипним ґрунтом, неправильне розташування відвідного каналу, відсутність організації виходу підземних вод, влаштування штучних водойм, постійний неорганізований полив дерев і газону, порушення природної рослинності схилу.

Наявність кількох рядів фактично паралельних тріщин дає змогу характеризувати цей схиловий процес як зсув-потік. Вищенаведені помилки і недотримання будівельних норм під час освоєння зсувонебезпечної території обумовили зміну гідрогеологічних умов майданчика під впливом техногенних факторів і спровокували активізацію зсувних процесів. Починаючи з 2006 р., з періодичністю щонайменше один раз на рік, проводився візуально-інструментальний моніторинг майданчика. При цьому проводили фотозйомку території і, використовуючи вимірювальні прилади, встановлювали поверхневе переміщення ґрунту та вимірювання розмірів тріщин.

Відповідно до програми вимірювань по території схилу було встановлено 16 реперів для фіксації вертикальних та горизонтальних переміщень верхнього шару ґрунту (рис. 3, 4). Пункти спостережень представлені трьома

профілями, розташованими вздовж схилу і накладалися на інженерно-геологічні розрізи I – I, II – II, III – III. Протяжність кожного з профілів, що спостерігалися, становила близько 115 м. Протяжність досліджуваного схилу по горизонталі становила близько 286 м. Інструментальні вимірювання переміщень реперів проводилися за допомогою електронного тахеометра. Розглянемо профіль I – I як базовий, оскільки він є найхарактернішим в інженерно-геологічному плані для цього схилу. Нагляд за переміщенням схилу по профілю проводили за допомогою реперів 1-6, які встановлені в ґрунтовому масиві.

Внаслідок спостережень (рис. 5) за профілем I – I було встановлено, що за період 2006 – 2008 рр. найменше переміщення ґрунту було на верхній його частині (репер № 1, 2 та 3) до початку фундаменту від будинку і в середньому по горизонталі становило 280 мм, а по вертикалі 300 мм.

При цьому нижче майданчика забудови зсувні процеси були активнішими (репер № 4, 5 і 6) і в горизонтальному напрямку становили в середньому 700 мм, а вертикальному – 950 мм. Протягом спостережень 2008 – 2010 рр. відбулось збільшення переміщень ґрунтових мас, їх рух починався з верхньої частини схилу і продовжувався по всій поверхні схилу. За результатами спостережень горизонтальні переміщення нижче будівлі становили 5208 мм, переміщення по вертикалі при цьому становили 3342 мм. При цьому вище схилом перед будинком виявлено випір ґрунту, що з часом збільшувався. У період 2010 – 2014 рр. зберігався аналогічний характер деформацій ґрунтового масиву схилу.



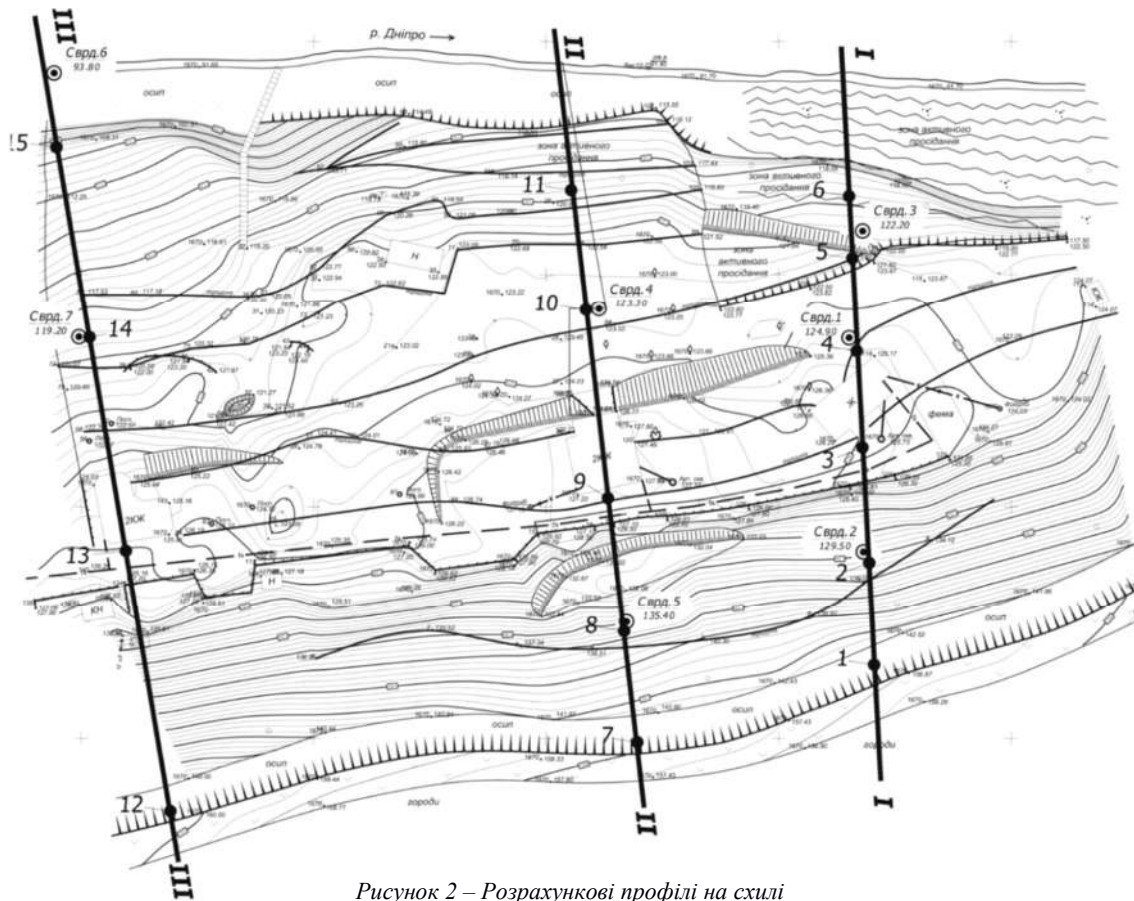


Рисунок 2 – Розрахункові профілі на схилі

Слід зазначити, що за період спостережень найвища точка схилу (№1) мала горизонтальне переміщення 797 мм, а вертикальне 5361 мм. Випір ґрунту перед будинком перемістив репер (№ 3) уздовж схилу на 1641 мм і підняв його вгору на 2131 мм і в результаті викликав вертикальне та горизонтальне переміщення фундаменту будівлі. Найбільші переміщення спостерігалися схилом нижче будівлі. Для репера № 4 вони становили 11652 мм вздовж схилу та 7789 мм вниз схилу. Для репера № 5 вздовж схилу 8823 мм та вниз 7683 мм. Для репера № 6 вздовж схилу 7187 мм та вниз 8184 мм.



Рисунок 4 – Стан схилу на 2013 р.



Рисунок 3 – Стан схилу на 2006 р.

Дані спостережень чітко вказують на значну активізацію зсувних процесів з моменту добудови на цій ділянці нових будинків. У такому разі необхідно провести оцінювання стійкості схилу до будівництва та після зведення нових будинків, а також з урахуванням можливих техногенних впливів.

Отримані результати натурних вимірювань не надають повної інформації про зсувні процеси, що відбуваються на схилі. В такому випадку потрібно проводити оцінку стійкості схилів за допомогою додаткових методів, що дають змогу оцінити зміни в напружено-деформованому стані ґрунтового масиву, а також розрахувати коефіцієнт стійкості для можливості розробки ефективного інженерного захисту.

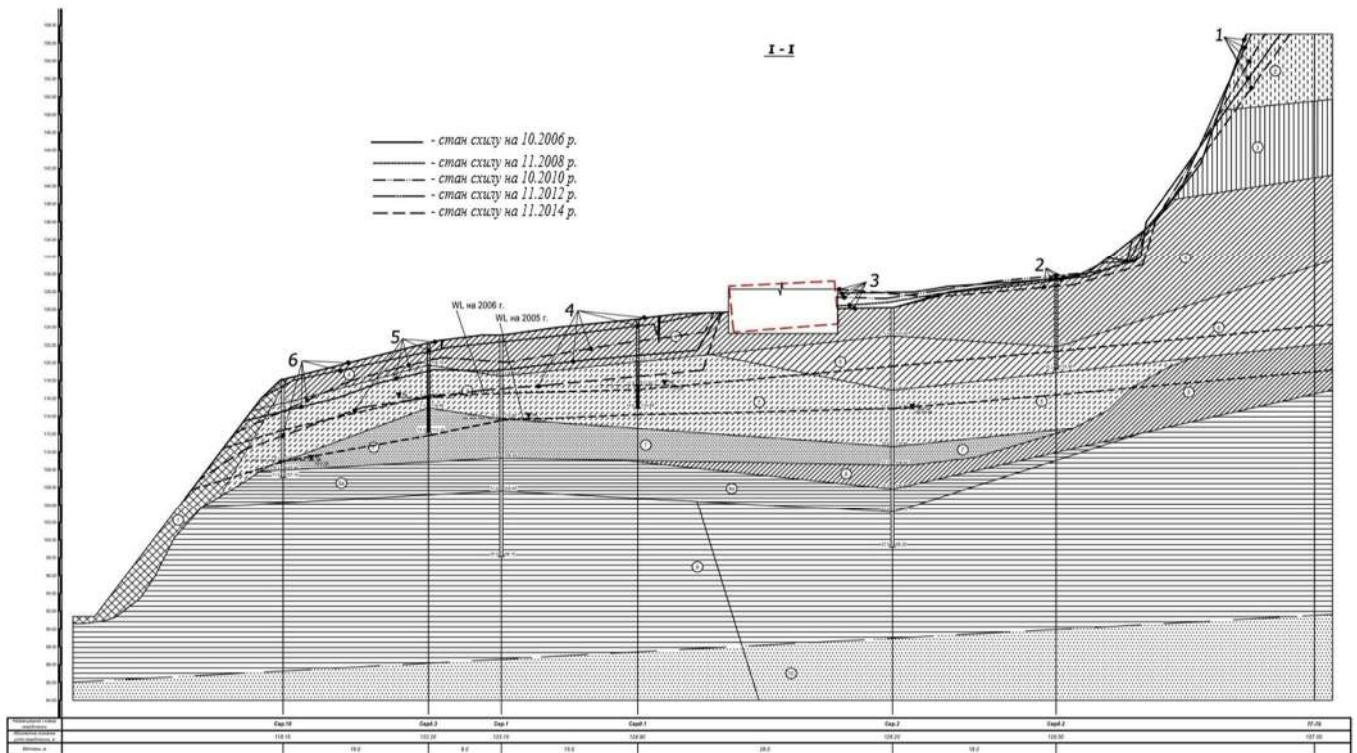


Рисунок 5 – Інженерно-геологічний розріз I-I

Розв'язання такої задачі здійснено за допомогою програмних комплексів SATER.SOIL (для оцінки НДС) та програмного комплексу SATER.LANDSLIDE, за допомогою якого проводилося оцінювання стійкості цього схилу. Слід зазначити, що програмний комплекс SATER.SOIL дає змогу використовувати напіваналітичний метод скінченних елементів (HMCE), у т. ч. з використанням моментної схеми скінченних елементів (MCCE) при розгляді просторових задач. На основі інженерних досліджень схил було представлено як скінченно-елементну дискретну модель. Для оцінювання стійкості схилу за допомогою прикладної програми SATER.LANDSLIDE початковим етапом можна вважати аналіз НДС. Розглядалося декілька постановок задач, що допомагають оцінити зміну стійкості від природного стану схилу до забудованого схилу, з урахуванням впливу додаткових техногенних факторів. Для кожної з наведених постановок проводилося оцінювання НДС, пластичних деформацій, а також обраховувалися коефіцієнти стійкості для кількох потенційних поверхонь ковзання. Також, для поверхні ковзання А-А додатково він обраховувався за допомогою методики, запропонованої в роботі В. М. Ломбардо [12]. Розрахунок проводили за розрахунковими профілями, обумовленими інженерно-геологічними та гідрогеологічними

умовами майданчика. Наведено результати розрахунку за розрахунковим профілем I-I. Послідовно розглянемо результати, отримані для трьох постановок. Перша постановка відповідає схилу до будівництва без додаткового зволоження ґрунтового масиву. На рис. 6 зображено розрахунковий профіль I-I з ізолініями пластичних деформацій, на який додатково нанесено потенційні поверхні ковзання, за умови природного стану схилу.

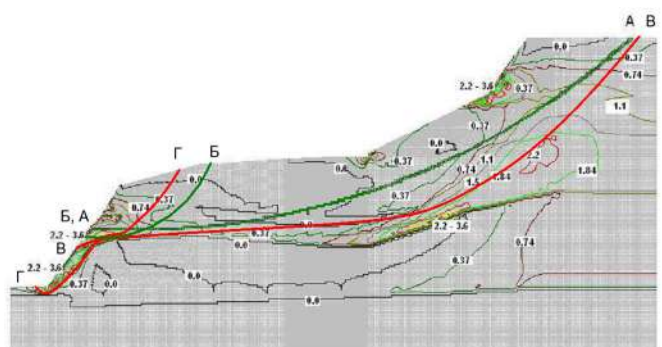


Рисунок 6 – Розрахунковий профіль I-I, поверхні зсуву А-А, Б-Б, В-В, Г-Г, ізолінії інтенсивності пластичних деформацій, %

За отриманими результатами очевидно, що пластичні деформації та потенційні поверхні ковзання добре узгоджуються. Окрім цього, відповідно до розрахунку можна виокремити поверхні ковзання у верхній частині схилу та



в нижній частині (поверхня Г-Г), які потенційно можуть утворювати потужну зсувну систему (поверхні А-А, В-В). Така ситуація загалом характерна для правобережжя р. Дніпро. Отриманий коефіцієнт стійкості для нижньої частина зсуву близький до 1, та вона перебуває в граничному стані, отже, потенційно почне рух з часом. При цьому розрахунковий коефіцієнт запасу стійкості  $k_{st}$  за поверхнею А-А при природній вологості ґрунтів зсувного масиву склав 1,27. Для поверхні ковзання В-В  $k_{st} = 1,19$ . Отже, до початку будівництва та появи додаткового техногенного навантаження схил уже перебував у стані граничної рівноваги та мав усі передумови до формування зсувного масиву, що рухатиметься в бік р. Дніпро.

Далі розглядалася постановка вже при зведенні будівлі, тобто додавалася власна вага будівлі при природній вологості ґрунтів. Зведення будинку не мало значного впливу на НДС схилу в цілому, фактично майже не впливаючи на значення коефіцієнтів стійкості за поверхнями ковзання Г-Г та В-В, а приріст пластичних деформацій мав невеликі значення і локалізувався переважно, як і раніше, у верхній і нижній частинах схилу (рис. 7).

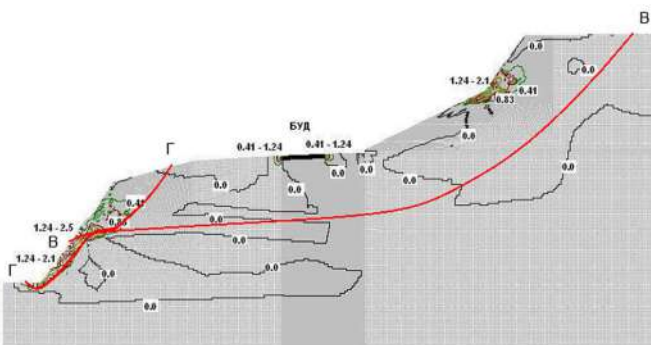


Рисунок 7 – Розрахунковий профіль I-I, поверхні зсуву В-В, Г-Г, ізолінії інтенсивності додаткових пластичних деформацій, %, при природній вологості ґрунтів

У такому разі середня частина схилу, де розміщувався будинок, в цілому ще залишалася стійкою, тому під час будівництва не спостерігалось значних деформацій основи.

У разі постановки, що додатково враховує техногенні фактори впливу на вологість, а саме при перенасиченні схилу природними і техногенними водами (рис. 8), спостерігається початок розвитку додаткових пластичних деформацій в середній частині схилу, також коефіцієнт стійкості для нижньої частини для поверхні ковзання Г-Г становить 0,93. Також він зменшується і для поверхні В-В, для якої  $k_{st} = 1,13$ . Окрім цього, після зведення

будинку доцільно розглядати також додаткову потенційну поверхню ковзання Д-Д,  $k_{st}$  для якої залишається близьким, але більшим за 1 при природній вологості, проте набуває значення 0,99 при додатковому зволоженні ґрунтів техногенними водами.

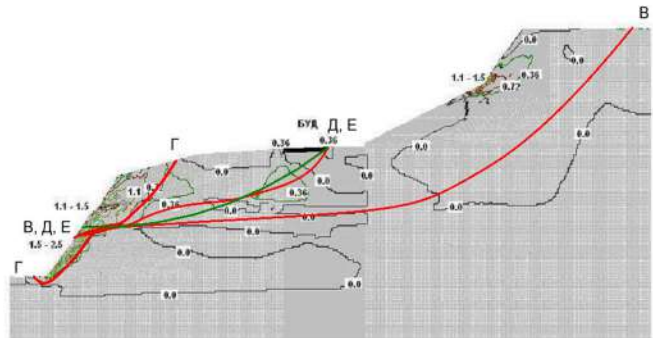


Рисунок 8 – Розрахунковий профіль I-I, поверхні зсуву В-В, Г-Г, Д-Д, Е-Е, ізолінії інтенсивності додаткових пластичних деформацій, %, при водонасиченому стані ґрунтів

Враховуючи те, що нижня частина схилу є нестійкою, відповідно до розрахунків у цій зоні ґрунтовий масив почне рух, який додатково активізуватиме зсувні деформації по поверхні Д-Д. У такому випадку найбільші переміщення ґрунту будуть спостерігатися саме в нижній та середній частинах схилу. Отже, для збереження безпечної експлуатації об'єктів, що перебувають на цій ділянці, необхідно було провести комплекс заходів з інженерного захисту території.

## Висновки

Отримані результати розрахунків з використанням підходу на основі теорії графів, виконані прикладним програмним комплексом SATER.LANDSLIDE, добре узгоджуються з результатами, що отримані іншим методом та натурними спостереженнями, які проводилися на цьому майданчику. Також підтверджується можливість застосування такого підходу для розрахунку реальних схилів. Проведене таким чином оцінювання стійкості, разом з отриманим НДС за допомогою МСЕ, може використовуватися для розробки комплексу заходів інженерного захисту території.

Реалізація запропонованого підходу в популярних у будівельній галузі розрахункових програмних комплексах, заснованих на базі МСЕ, дасть змогу розширити можливості цих комплексів, створивши зручний інструмент для оцінювання стійкості схилів і укосів.

## Список літератури

1. Bishop, A. W. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. *Geotechnique*. London, 1955. Vol. 5(1). P. 7–17.
2. Janbu, N. Application of composite slip surface for stability analysis. Proc. Euro. conf. on stability of Earth slopes. Stockholm, Sweden, 1954. P. 43–49.
3. Janbu, N. Slope Stability Computations. Embankment-Dam Engineering: Casagrande Volume. New York : John Wiley & Sons, Inc., 1973. P. 47–86.
4. Morgenstern, N. R., and Price, V. E. The analysis of the stability of general slip surfaces. *Geotechnique*. London, 1965. Vol. 15(1). P. 79–93.
5. Spencer, E. A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel interslice forces. *Geotechnique*, London, 1967. Vol. 17(1). P. 11–26.
6. Dawson, E., Motamed, F., Nesarajah, S. and Roth, M. Geotechnical stability analysis by strength reduction. *Slope Stability 2000: Proceedings of Sessions of Geo-Denver2000*. ASCE Geotechnical Special Publication, 2000. №101. P. 99–113.
7. Dawson, E.M., Roth, W.H. and Drescher, A. Slope stability analysis by strength reduction. *Geotechnique*. London, 1999. Vol. 49, №6. P. 835–840.
8. Guan, Y., Liu, X., Wang, E., Wang, S. The stability analysis method of the cohesive granular slope on the basis of graph theory. *Materials*. 2017. Vol. 10(3). 240 p.
9. Zheng, W., Zhuang, X., Tannant, D.D., Cai, Y., Nunoo, S. Unified continuum/discontinuum modeling framework for slope stability assessment. *Engineering Geology*. 2014. Vol. 179. P. 90–101.
10. Солодей І. І., Павленко В. М. Використання теорії графів для оцінки стійкості зсувних і зсувонебезпечних схилів. *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник*. Київ : КНУБА, 2024. Вип. 112. С. 19–27. DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2024.112.19-27>
11. Солодей І. І., Павленко В. М., Куліков О. П. Один із підходів до оцінки стійкості ґрунтового масиву у рамках сіткових методів. *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник*. Київ : КНУБА, 2024. Вип. 113. С. 29–36. DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2024.113.29-36>
12. Ломбардо В. Н., Грошев М. Е., Олишпиев Д. Н. Учет напряженно-деформированного состояния при расчетах устойчивости грунтовых плотин. *Гидротехническое строительство*. 1986. № 7. С. 16–18.

Стаття надійшла до редколегії 03.02.2025

**Pavlenko Vasyl**

Postgraduate student of the Department of Structural Mechanics,  
<https://orcid.org/0000-0003-4525-5405>  
Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

**COMBINATION OF NUMERICAL METHODS WITH THE APPROACH BASED  
ON GRAPH THEORY IN SLOPE STABILITY ASSESSMENT**

**Abstract.** *The assessment of slope stability is a complex engineering problem, and the solution requires the selection of a method based on the specific conditions of the studied object. The most common methods have certain shortcomings, therefore the creation of new approaches remains relevant. The stability of buildings and structures in landslide and landslide-prone areas often depends on the stability of the slope itself, therefore, before developing a project for a construction object in such areas, there is a need to determine the slope stability coefficient. The developed and proposed approach based on graph theory can become a convenient tool for solving such problems. In addition, this approach can be easily integrated into computational complexes based on the finite element method, or the assessment can be carried out using a separate software package that uses the results of calculations obtained by the finite element method as input data. The presented work considers the use of such an approach in assessing the stability of a real slope located in the area of Rzhyshech. The studied site is located on the right bank of the Dnieper River and has long been developed and built up, however, after the completion of three new buildings, landslide processes intensified. On this site, in the period from 2006 to 2014, instrumental studies of the movement of soil masses were carried out using established benchmarks. The study data provide a reliable basis for comparing the calculations of slope stability and predicting its behaviour with the real situation that took place on this slope. The calculation of the stress-strain state of the slope for this problem was carried out using the SATER.SOIL software package, after which the slope stability was assessed using the developed application program using an approach based on graph theory – SATER.LANDSLIDE. Based on the calculations, several potential sliding surfaces were identified, according to which the corresponding stability coefficients were determined. Three different settings were considered, starting from an undeveloped slope and ending with a built-up slope, taking into account technogenic factors of influence. The results obtained are consistent not only with another method for assessing slope stability but also with instrumental studies of this slope over a long period of time.*

**Keywords:** *finite element method (FEM); semi-analytical finite element method (SAFEM); moment scheme of the finite element (MSFE); graph theory; soil base models; slope stability coefficient; slope calculation methods*

**References**

1. Solodei I. I., Pavlenko V. M. (2024). Application graph theory to evaluate the stability of landslide slopes. *Resistance of materials and theory of structures: scientific-and-technical collected articles*. Kyiv : KNUCA, Issue 112, 19–27. DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2024.112.19-27>.
2. Solodei I. I., Pavlenko V. M., Kulikov O. P. (2024). One of the approaches to assessing the stability of the soil massif within the grid methods. *Strength of materials and theory of structures: scientific-and-technical collected articles*. Kyiv : KNUCA, Issue 113, 29–36. DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2024.113.29-36>.
3. Guan, Y., Liu, X., Wang, E., Wang, S. (2017). The stability analysis method of the cohesive granular slope on the basis of graph theory. *Materials*, Vol. 10 (3), 240 p.
4. Zheng, W., Zhuang, X., Tannant, D. D., Cai, Y., Nunoo, S. (2014). Unified continuum/discontinuum modeling framework for slope stability assessment. *Engineering Geology*, Vol. 179, 90–101.
5. Dawson, E., Motamed, F., Nesarajah, S. and Roth, M. (2000). Geotechnical stability analysis by strength reduction. *Slope Stability 2000: Proceedings of Sessions of Geo-Denver2000*. ASCE Geotechnical Special Publication, №101, 99–113.
6. Dawson, E. M., Roth, W. H. and Drescher, A. (1999). Slope stability analysis by strength reduction. *Geotechnique*, London, Vol. 49. № 6, 835–840.
7. Morgenstern, N. R., and Price, V. E. (1965). The analysis of the stability of general slip surfaces. *Geotechnique*, London, Vol. 15 (1), 79–93.
8. Spencer, E. A. (1967). Method of analysis of the stability of embankments assuming parallel interslice forces. *Géotechnique*, London, 17(1), 11–26.
9. Bishop, A. W. (1955). The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. *Géotechnique*, London, 5 (1), 7–17.
10. Janbu, N. (1954). Application of composite slip surface for stability analysis. Proc. Euro. conf. on stability of Earth slopes. Stockholm, Sweden, 43–49.
11. Janbu, N. (1973). Slope Stability Computations. Embankment-Dam Engineering: Casagrande Volume. New York : John Wiley & Sons, Inc., 47–86.
12. Lombardo V. N., Groshev M. E., Olimpev D. N. (1986). Accounting for stress-strain state when calculating the stability of soil dams. *Hydrotechnical construction*. №7, 16–18.

---

**Посилання на публікацію**

- APA Pavlenko V. (2025). Combination of numerical methods with the approach based on graph theory in slope stability assessment. *Management of Development of Complex Systems*, 61, 202–209, [dx.doi.org/10.32347/2412-9933.2025.61.202-209](https://doi.org/10.32347/2412-9933.2025.61.202-209).
- ДСТУ Павленко В. М. Поєднання чисельних методів з підходом на основі теорії графів для оцінювання стійкості схилів. *Управління розвитком складних систем*. Київ, 2025. № 61. С. 202 – 209, [dx.doi.org/10.32347/2412-9933.2025.61.202-209](https://doi.org/10.32347/2412-9933.2025.61.202-209).